

Arbeitsblatt 1

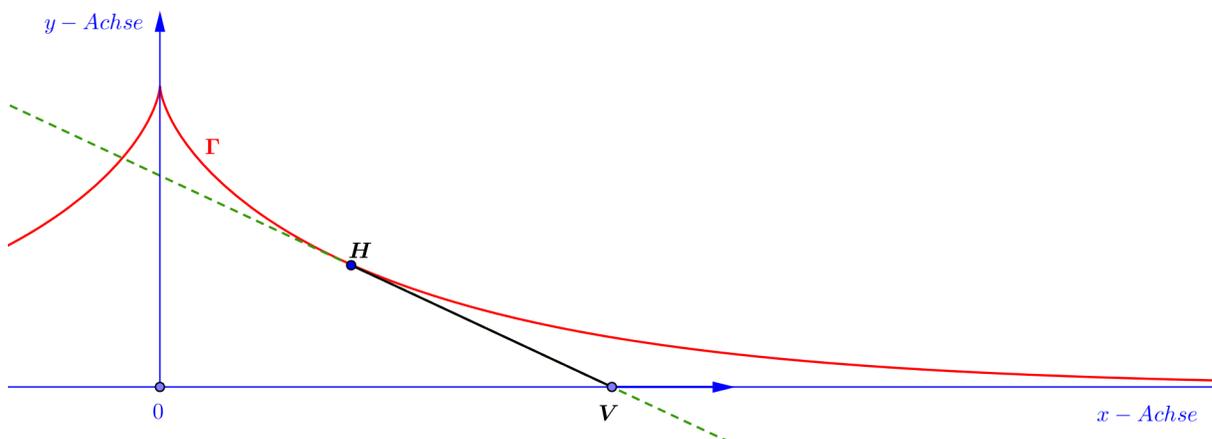
Vorlesung: Differentialgeometrie von Kurven und Flächen Master-Lehramt, WS 2018/19

Die Schleppkurve (Traktrix)

Wir ziehen einen Wagen mit fester Hinterachse H und beweglicher Vorderachse V entlang einer Geraden L , die nicht in Richtung HV zeigt. Die Schleppkurve ist diejenige Kurve Γ , die die Hinterachse H dabei durchläuft. Bei dieser Bewegung ist die Gerade HV immer tangential an die Kurve Γ . Der Abstand zwischen H und V sei ℓ .

Ziel dieses Arbeitsblattes ist es, verschiedene Parametrisierungen der Schleppkurve Γ herzuleiten.

Wir legen dazu ein kartesisches Koordinatensystem so in die Ebene, dass die x -Achse mit der Zuggeraden L übereinstimmt, und die y -Achse an der Stelle liegt, an der HV senkrecht zu L steht.



1) *Parametrisierung mit Hilfe des orientierten Winkels zwischen der x -Achse und dem Strahl von V durch H*

Zeigen Sie, dass diese Parametrisierung durch $\gamma : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\gamma(t) := \ell \cdot \left(\cos t + \ln\left(\tan \frac{t}{2}\right), \sin t \right)$$

gegeben ist.

In welchen Parametern $t \in (0, \pi)$ ist γ regulär?

2) *Parametrisierung mit Hilfe des Abstandes des Kurvenpunktes H von der x -Achse.*

Zeigen Sie, dass $\delta : (0, \ell] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\delta(y) := \left(\ell \operatorname{arcosh} \frac{\ell}{y} - \sqrt{\ell^2 - y^2}, y \right)$$

den rechten Zweig der Schleppkurve parametrisiert.

In welchen Parametern $y \in (0, \ell]$ ist δ regulär?