

Arbeitsblatt 2

Vorlesung: Differentialgeometrie von Kurven und Flächen Master-Lehramt, WS 2018/19

Länge von Kurven

Aufgabe 1 Die Schraubenlinien

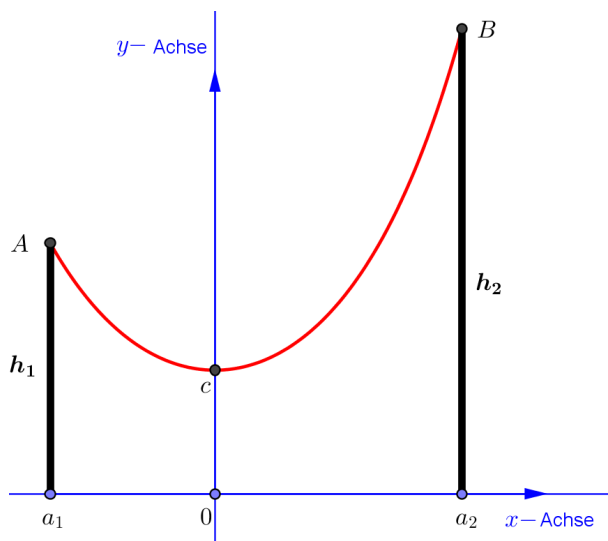
Wir betrachten eine Schraubenlinie, parametrisiert durch $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\gamma(t) := (r \cos \omega t, r \sin \omega t, ht),$$

wobei $r, \omega > 0$ und $h \in \mathbb{R}$.

1. Zeigen Sie, dass γ regulär ist.
2. Berechnen Sie für zwei Parameter $t_1 < t_2$ die Länge $L(\gamma|_{[t_1, t_2]})$.
3. Geben Sie eine Parametrisierung der Schraubenlinie auf Bogenlänge an.

Aufgabe 2 Die Kettenlinie



Wir hängen ein (ideales) Seil zwischen zwei Masten an den Punkten A und B auf (siehe Bild). A befindet sich in der Höhe h_1 und B in der Höhe h_2 über dem Erdboden. Der tiefste Punkt des Seils hat vom Erdboden den Abstand $c > 0$.

Aus der Analysis-Vorlesung ist bekannt, dass die vom Seil gebildete Kurve durch $\gamma : [a_1, a_2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\gamma(x) := (x, c \cdot \cosh \frac{x}{c})$$

parametrisiert werden kann.

(Siehe auch das Skript zur Analysis-Vorlesung für Lehramtsstudenten, WS 2014/15, Kapitel 6.5).

Berechnen Sie die Länge des Seils in Abhängigkeit von h_1 , h_2 und c .