Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Arbeitsblatt 8

Vorlesung: Differentialgeometrie von Kurven und Flächen

Master-Lehramt, WS 2018/19

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Gauß-Krümmung, die mittlere Krümmung sowie die Hauptkrümmungen des Katenoids

$$f(z,\alpha) := (\cosh(z)\cos(\alpha), \cosh(z)\sin(\alpha), z), \quad z \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2

a) Wir betrachten die Wendelfläche $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^3$

$$f(t,s) := (s \cdot \cos t, s \cdot \sin t, t).$$

Zeigen Sie, dass die mittlere Krümmung der Wendelfläche Null und die Gauß-Krümmung negativ ist.

b) Begründen Sie (ohne Rechnung), warum für jede Regelfläche $K \leq 0$ gilt.

c) Zeigen Sie, dass die Gauß-Krümmung für reguläre Regelflächen

$$f(t,s) := \varphi(t) + s \cdot a(t), \quad t \in (\alpha,\beta),\, s \in (\mu,\nu),$$

identisch Null ist, wenn die Vektoren $\varphi'(t), a(t), a'(t)$ für jedes $t \in (\alpha,\beta)$ linear abhängig sind. Nennen Sie Beispielklassen für diesen Typ von Regelflächen.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die hyperbolischen, parabolischen und elliptischen Punkte des Rotationstorus

$$f(t,\alpha) = \big((a + R\cos t) \cdot \cos\alpha, (a + R\cos t) \cdot \sin\alpha, R\sin t\big) \quad t,\alpha \in \mathbb{R}.$$

(Interpretieren Sie das Ergebnis geometrisch)

Aufgabe 4

Wir betrachten den *Affensattel*, d.h. die Fläche

$$f(x,y) := (x, y, x^3 - 3y^2x), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass $f(0,0)$ ein Flachpunkt dieser Fläche ist und dass alle anderen Punkte hyperbolisch sind.

Aufgabe 5

Wie verhalten sich die Gauß-Krümmung, die mittlere Krümmng, die Hauptkrümmungen und die Normalenkrümmungen von regulären parametrisierten Flächenstücken bei Euklidischen Bewegungen?