

Arbeitsblatt 9

Vorlesung: Differentialgeometrie von Kurven und Flächen Master-Lehramt, WS 2018/19

Aufgabe 1

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche

$$F := \left\{ \left(x, y, \frac{x^2+y^2}{4} \right) \mid x^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Sphäre vom Radius $r > 0$:

$$S^2(r) := \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \}.$$

(Oberflächeninhalt der Kugel im \mathbb{R}^3 vom Radius r).

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rotationstoros

$$T := \{ (a + R \cos t) \cdot \cos \varphi, (a + R \cos t) \cdot \sin \varphi, R \cdot \sin t \mid t, \varphi \in \mathbb{R} \}.$$

Dabei ist $a, R > 0$ und $a > R$.

Aufgabe 4

Seien a, c positive reelle Zahlen.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Katenoids

$$K := \{ (a \cdot \cosh(\frac{t}{a}) \cdot \cos \varphi, a \cdot \cosh(\frac{t}{a}) \cdot \sin \varphi, t) \mid t \in [-c, c], \varphi \in [0, 2\pi] \}.$$

Vergleichen Sie diesen Flächeninhalt mit dem des Zylinders Z vom Radius $r := a \cdot \cosh \frac{c}{a}$ und der Höhe $2c$:

$$Z := \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = r^2, z \in [-c, c] \}$$

Skizzieren Sie K und Z .