Ernst-Michael Kranich/Margrit Jünemann
Hildegard Berthold-Andrae
Ernst Bühler/Ernst Schuberth

Formenzeichnen

Die Entwicklung des Formensinns in der Erziehung

Verlag Freies Geistesleben

Die Werke Rudolf Steiners werden nach der in Dornach / Schweiz erscheinenden Rudolf-Steiner-Gesamtausgabe mit der jeweiligen Angabe von GA und der Bibliographienummer zitiert. Alle Rechte an dieser Ausgabe liegen bei der Rudolf-Steiner-Nachlaßverwaltung, Dornach/Schweiz.

ISBN 3-7725-0247-4

3. Auflage 2000
Verlag Freies Geistesleben
Landhausstraße 82, 70190 Stuttgart
Internet: www.geistesleben.com

Einband: Walter Schneider
© 1985 Verlag Freies Geistesleben & Urachhaus GmbH, Stuttgart
Druck: Gutmann & Co., Talheim

Inhalt

Ernst-Michael Kranich

Einleitung: Das Formenzeichnen und die Begründung eines neuen Formverstehens

Das Erziehen verlangt vom Lehrer mehr als Kenntnis des Stoffes und derjenigen Wege, durch die er den Kindern den Stoff vermitteln kann. Er muß jene Vorgänge kennen, die sich in den Kindern abspielen, wenn sie einen Inhalt aufnehmen, ihn verstehen und an ihm bestimmte seelische Kräfte ausbilden. Denn in diesen Vorgängen entwickelt sich der Mensch; innere Anlagen und Kräfte verwandeln sich zu einer vollkommneren Stufe ihres Wirkens. Das geschieht allerdings nur, wenn der Stoff das Wesen der Dinge, die tieferen Gesetze der Natur und die geistigen Zusammenhänge der Welt enthält. Ist er nicht vom Licht des Geistes durchstrahlt, breitet sich ein grauer Schleier langweiliger Einförmigkeit über die Inhalte des Lernens aus. Das Geistige in den Dingen wirkt bildend, nicht die Fülle der bloßen Tatsachen.

Deshalb ist es wichtig, daß der heranwachsende Mensch in sich Kräfte ausbildet, durch die er den Erscheinungen der Welt nicht nur äußerlich begegnet. Wenn wir die verschiedenen Dinge und Vorgänge unseres engeren oder weiteren Lebensumkreises wahrnehmen, gewinnen wir an ihnen recht vielfältige Eindrücke. Ein Baum, eine Landschaft, eine Wolkenformation, ein Gebäude oder ein Tier sprechen sich durch Farbe, durch Töne, durch die Dichte ihres Stoffes usw. aus, insbesondere aber auch durch ihre Formen. Für unser gewöhnliches Wahrnehmen sind die Formen fast immer etwas Festes. Wir wissen zwar, daß sie aus Bildungsprozessen entstanden sind, sind aber nicht in der Lage, das Werden, sondern nur das Gewordene zu erfassen. So lernt man nur kennen, was als geronnener Endzustand aus dem lebendigen Strom des Werdens schon abgesondert, was fertiges Resultat von Gestaltungsvorgängen ist. Mit dieser Auffassung steht der Mensch außerhalb der Wirklichkeit.

So gehört es zu den grundlegenden Aufgaben des Erziehens, in den Kindern ein regsames, innerlich tätiges Formerleben zu pflegen, das durch das Gewordene das Werdende und in den geronnenen Formen den Nachklang des Gestaltenden erfaßt. Damit die Kinder ein solches Formerleben übend entwickeln, hat Rudolf Steiner für die Pädagogik ein neues Unterrichtsgebiet geschaffen, das Formenzeichnen.

Man kann einleitend auf die Bedeutung und den besonderen Charakter dieses Formenzeichnens hinweisen, indem man von dem Unterschied ausgeht, der zwischen dem Begriff der Gestalt und dem der Form besteht. Man spricht z. B. von der Gestalt einer Esche und von der Form der Esche. Die Gestalt tritt uns in der charakteristisch gewachsenen Esche sichtbar entgegen. Sie gehört in das Gebiet der konkreten Erfahrung. Die Form ist ein Allgemeines; sie ist die in allen einzelnen Bäumen gleiche Formgesetzmäßigkeit. Schaut man auf das Charakteristische der Gestalt, so wird man gewahr, wie sich die Formgesetzmäßigkeit in der Materie manifestiert. Form und Gestalt sind keine Gegensätze. Die Formgesetzmäßigkeit prägt sich im Stoff als Gestalt aus. Diesen Zusammenhang hat Aristoteles mit voller begrifflicher Klarheit dargestellt. Nach ihm sind in den Dingen immer Stoff und Form vereinigt. Die Form ist aber ein geistiges Prinzip. «Form nenne ich den Wesens-begriff eines jeden Dinges und sein ursprüngliches Wesen» (Aristoteles «Metaphysik» VII/7). Man kann auch sagen: das Wesen eines Dinges spricht sich durch seine Form aus. Die Vereinigung der Form mit dem Stoff bildet die Gestalt.

Diese Auffassung durchzieht das abendländische Denken von der Antike bis in das 14. Jahrhundert. Durch die starke Hinwendung zur äußeren Erfahrung erlischt dann das Bewußtsein vom geistigen Charakter der Form. Bei Francis Bacon werden die Formen zu jenen «Gesetzen und Bestimmungen», durch die «eine einfache Eigenschaft hervorgebracht und bewirkt wird, z. B. die Wärme, das Licht, das Schwere, wie sie in jeder dafür geeigneten Materie bestehen» («Das neue Organon», II/17) d. h. zu gesetzmäßigen Vorgängen im Gebiet des Stoffes. Bei der Betrachtung der Dinge gewinnt man einen deutlichen Eindruck nur noch von der Gestalt. Die Form wird weitgehend als Abstraktion empfunden. Und damit verschwindet auch ein Verständnis dessen, was Gestalt ist. Das zeigt sich in dem weit verbreiteten Glauben, die Gestaltungsprozesse im Bereich des Lebendigen stofflich erklären zu können.

Ein neues Formverständnis können wir heute nicht durch Rückgriff auf Aristoteles gewinnen. Die Formen sind bei Aristoteles immer schon auf bestimmte Arten oder Gattungen der Dinge spezialisiert. Denn Form ist hier das allgemeine Wesen der Dinge. Es gibt aber ein ursprünglicheres Erfassen der Form. Hierauf sind verschiedene Künstler am Anfang unseres Jahrhunderts gestoßen, als sie die Grundelemente des künstlerischen Schaffens suchten. So schrieb H. van de Velde 1902 in seinen «Kunstgewerblichen Laienpredigten»: «Eine Linie ist eine Kraft, die ähnlich wie alle elementaren Kräfte tätig ist; mehrere in Verbindung gebrachte, sich aber widerstrebende Linien bewirken dasselbe wie mehrere gegeneinander wirkende elementare Kräfte.» Ähnliche Erfahrungen spricht W. Kandinsky zehn Jahre später aus: «Die Linie ist ein Ding, welches ebenso einen praktisch-zweckmäßigen Sinn hat wie ein Stuhl, ein Brunnen, ein Messer, ein Buch und so weiter. Und dieses Ding wird... als ein reines malerisches Mittel gebraucht – also in seinem reinen inneren Klang. Wenn also im Bild eine Linie von dem Ziel, ein Ding zu bezeichnen, befreit wird und selbst als ein Ding fungiert, wird ihr innerer Klang durch keine Nebenrolle abgeschwächt und bekommt ihre volle innere Kraft» (aus «Die Formfrage» in «Der Blaue Reiter»). Die Kraft oder den inneren Klang einer Linie kann erfassen, wer sie als reine Form gestaltet und ihren Verlauf durch ein künstlerisch geschultes Empfinden innerlich mitvollzieht. Wer durch seine künstlerischen Gestaltungs- und Erlebniskräfte mit den elementaren Formen innerlich zusammenwächst, erlebt in ihnen ein gestaltendes, formendes Leben. Die Erneuerung des Formverstehens geht aus von dem bewußten Üben und Pflegen dieser Kräfte künstlerischen Gestaltens. Jedes Kind trägt diese Kräfte in sich. Sie haben ihre Quelle in dem Bereich des menschlichen Wesens, den R. Steiner als den Bildekräfteleib (Ätherleib) erforscht und beschrieben hat.

Die Form wurde in der Antike und im Mittelalter in den allgemeinen Begriffen (Universalia) erfaßt, deren Inhalt man als das Wesen der Dinge verstand. Das neue Verständnis der Form wird auf dem Gebiet des Künstlerischen errungen. Bei Aristoteles war die Form in ihrer inneren Natur fest und unbeweglich. Das, was man heute auf dem künstlerischen Wege als Formen erfaßt, ist voll innerer Dynamik. Selbst die Form eines Kreises oder Dreiecks wird da zur Manifestation regsam gestaltender Tätigkeit. Dieser Erneuerung des Formerlebens und Formverstehens aus den Kräften des Künstlerischen dient das Formenzeichnen. Mit dem Formerleben und -verstehen, die zunächst künstlerisch gepflegt werden, kann sich der Mensch dann z. B. den Gestaltungen der Natur zuwenden. Er dringt mit ihnen nun auf den Wegen, die zunächst Goethe in seiner Morphologie beschritten hat, in die Vorgänge der Bildung und Umbildung ein und lernt die in der Natur gestaltenden und geistigen Kräfte des Lebendigen kennen.

Erste Ansätze zu einem künstlerisch orientierten Unterricht in Formenzeichnen gab es am Ende des vergangenen Jahrhunderts in England und Amerika; vor allem wohl im Bereich der Erwachsenenbildung. (Siehe den Aufsatz A. F. «Vom Zeichnen» in «Die Waage», eine Wiener Wochenschrift, hrsg. von R. Lothar, 8/1899, S. 124 ff.). Rudolf Steiner kannte diese Ansätze. Er hat sie bei der Begründung der Waldorfpädagogik aufgegriffen und nach zwei Richtungen erweitert. Er beschrieb den Wesensbereich im Menschen, aus dem das Formgestalten hervorgeht, und führte das Formenzeichnen unter menschenkundlichen und erzieherischen Gesichtspunkten in die Schulpädagogik ein. Allerdings hat er dieses Gebiet selbst nicht systematisch dargestellt, sondern in verschiedenen seiner pädagogischen Vorträge episodisch unter immer neuen Gesichtspunkten behandelt (siehe Anmerkung S. 197). H. R. Niederhäuser hat dann 1970 die verschiedenen Schilderungen R. Steiners zusammenfassend dargestellt (in «Die Menschenschule» Nr. 2/3, 1970). Aus der Arbeit Niederhäusers ergibt sich der Ansatz zu einem Lehrplan für das Formenzeichnen.

Die ersten Gedanken zu einer ausführlicheren Darstellung des Formenzeichnens, wie sie nun vorliegt, gehen in die 70er Jahre zurück. Es war von vornherein deutlich, daß sie nach verschiedenen Seiten über die verdienstvolle Arbeit Niederhäusers hinausgehen mußte. So war zunächst im ersten Beitrag zu zeigen, wie in der sich entwickelnden Natur des Kindes die Kräfte, die im Formenzeichnen zur Entfaltung kommen, vor dem sog. Zahnwechsel gestaltend in den leiblichen Organen tätig sind. Denn nur derjenige, der die Tätigkeit dieser Kräfte in der frühen Kindheit genau kennt, weiß, womit er umgeht, wenn er Kinder zum Formenzeichnen anregt und welche Anforderungen das Formenzeichnen an ihn stellt. Auf dieser Grundlage wird dann im zweiten und besonders im dritten Beitrag behandelt, wie das Kind von den elementarsten Formen zu einem immer differenzierteren Gestalten geführt wird. Aufbauend auf den Hinweisen R. Steiners ergeben sich vielfältige Anregungen für die Praxis und ein Bild von den Schritten, auf denen sich im Laufe der ersten Schuljahre immer neue Kräfte des künstlerischen Formgestaltens und Formerlebens im Kinde entwickeln können.

Ein wichtiges Gebiet in der Pädagogik zwischen dem Zahnwechsel und der Pubertät ist die Temperamentserziehung. Die Kräfte, die im Formenzeichnen zur Entfaltung kommen, stammen aus den Bereichen des kindlichen Wesens, in denen auch das Temperament verankert ist. So kann das Formenzeichnen einen wichtigen Beitrag zur Temperamentserziehung leisten. Dies ist das Thema des vierten Beitrags.

Von hier aus ergibt sich die Beziehung zu den Möglichkeiten therapeutischen Erziehens, die im dynamischen Zeichnen liegen. Da Unterricht heute zunehmend auch therapeutische Aufgaben übernehmen muß, schien es sinnvoll, dieses dynamische Zeichnen in einem Band über das Formenzeichnen mit einer gewissen Breite zu behandeln (Fünfter Beitrag). Man muß aber sehen, daß sich das dynamische Zeichnen deutlich vom Formenzeichnen unterscheidet. Im Formenzeichnen haben die Formen immer einen in sich abgeschlossenen oder abgerundeten Charakter. Dadurch haben sie einen inneren Zusammenhang mit den Kräften, die vor dem Zahnwechsel in den Organen des kindlichen Leibes formbildend tätig waren. Beim dynamischen Zeichnen wird die Form gleichsam aufgelöst. Die Linie wird mit ihrer fortlaufenden Bewegung das vorherrschende Element. Gestaltung tritt in der Bewegung als rhythmisch sich wiederholende Figur auf, nicht als Form. So schreibt H. Gerbert: «Man hat immer die geheime Verwandtschaft der Linienkunst mit der musikalischen Bewegung empfunden, von dem Rhythmus, der Melodie, ja der Klangfarbe der Linie gesprochen» (in Roggenkamp/Gerbert «Bewegung und Form in der Graphik Rudolf Steiners», Kapitel «Über die Ursprünge der Zeichenkunst»). Im dynamischen Zeichnen wirken die Kräfte des Musikalischen und Rhythmischen. Deshalb gehen von ihm auch andere Wirkungen aus als vom Formenzeichnen. Sie ergreifen das Kind vor allem in seinen rhythmischen und Bewegungs-Prozessen.

Das Formenzeichnen entwickelt sich wohl im Bereich des Künstlerischen. Von ihm führt aber ein klarer Weg zum Wissenschaftlichen, zur Geometrie. Und durch Geometrie kann man die Formen, die im Formenzeichnen übend gestaltet werden, aus umfassenderen Zusammenhängen später denkend erfassen. So findet dieser Band in seinem letzten Kapitel dadurch eine Abrundung, daß das aus künstlerischen Quellen Geschaffene vom Licht geometrischer Betrachtung durchdrungen wird.

Anmerkung zur 2. Auflage

Bei einem Gebiet, das wie das Formenzeichnen vom Lehrer ein lebendiges Verhältnis zur Welt und ihren Bildungsgesetzen verlangt, ist ein kurzschlüssiges Übernehmen von Formen in den Unterricht unangemessen. In den Kindern kann sich eine innere Beziehung zu den Formen nur entwickeln, wenn der Lehrer seinen Unterricht aus einer eigenen Verbindung mit dieser Welt gestaltet. Deshalb wurde für die 2. Auflage der Text, durch den die künstlerischen Gesetzmäßigkeiten und der methodisch-didaktische Aufbau des Formenzeichnens zur Sprache kommt, an einigen Stellen erweitert. Die Beispiele wurden gegenüber der 1. Auflage verringert, weil dieses Buch keine Fundgrube für rasch verwertbare Formen sein soll.

Seit der 1. Auflage dieses Werkes sind einige Bücher zum Formenzeichnen erschienen. Wir sind auf diese nicht gesondert eingegangen, weil sie zu dem hier Dargestellten keine neuen Gesichtspunkte hinzufügen. Dennoch ist es nötig, zu einer dieser Publikationen, die das Formenzeichnen unter einem spezielleren Gesichtspunkt, dem der Therapie von Schreibhemmungen, behandelt (C. Fabricius «Mit Kindern formenzeichnen», Schaffhausen 1990) Stellung zu nehmen. In dieser wird die Auffassung vertreten, es sei zweckmäßig, das Formenzeichnen in eine – etwas phantastische – Erzählung einzubinden und die Formen sofort in gegenständliche Darstellungen einmünden zu lassen. Beides liegt aber wohl kaum in den pädagogischen Intentionen des Formenzeichnens. Die Formen sprechen selbst eine eigene Sprache. Diese kann durch märchenartige Erzählungen nur verwischt werden. Und die Aufgabe, Kinder zum Erleben der in den Formen wirkenden Gebärden und Kräfte zu führen, wird durch illustrative Verwertung der Formen nicht unterstützt, sondern unterhöhlt.

Menschenkundliche Gesichtspunkte zum Ursprung der Geometrie

Zeichnen wir in den ersten Schultagen die Gerade und «Krumme» an die Tafel und lassen die Formen von den Kindern nachahmend erfassen, so greifen wir in ihnen Kräfte auf, die in den ersten Lebensjahren an ihrer Menschwerdung gestaltend gewirkt haben (siehe hierzu die genauere Darstellung im Kapitel «Die Kräfte leiblicher Formbildung...»). Wird das Kind geboren, so hat es fast keine Beziehungen zu den Kräften der Erde. Indem es sich aufrichtet und gehen lernt, verbindet es sich mit diesen Kräften und macht seinen Leib bis in die Gehirnformung zu einer menschlichen Gestalt. Seine Aufrechte, die Koordination seiner Bewegungen, das Ertastenkönnen seines Leibes sind nicht das Ergebnis einer organischen Reifung – wie weitgehend beim Tier – sondern *Folge* seiner seelischen Auseinandersetzung mit der menschlichen und natürlichen Umwelt, seines Inkarnationswillens. Tief unbewußt, aber mit seinem ganzen Wesen erlebend darinnenstehend, gestaltet es sich, indem es die Kräfte der Erde und des Raumes ergreift. Wer Kinder sich hat aufrichten und gehen sehen, wird verstehen, daß dieser Vorgang nicht nur ein gleichgültig physikalisches Gleichgewichtfinden ist, sondern daß darin tiefste moralische Impulse wirken. «...mit jenem Geistigen, das wir aufnehmen, indem wir gehen lernen, fließt aus der Umgebung auch das Moralische ein ... moralisch durchsetzt ist dasjenige, war wir durch die Statik und Dynamik aufnehmen. Das ist eben keine bloße Statik und Dynamik, wie wir sie in der Schule lernen, das ist eine aus dem Geiste heraus geborene Statik und Dynamik» (R. Steiner, «Die pädagogische Praxis vom Gesichtspunkte geisteswissenschaftlicher Menschenerkenntnis», GA 306, Dornach 1975, 2. Vortrag).

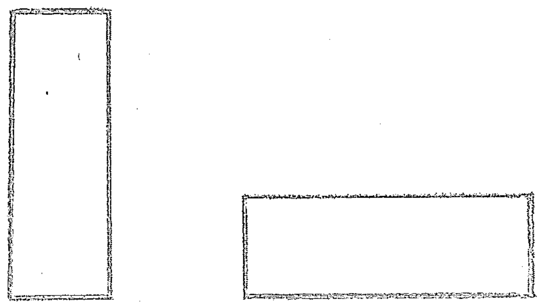
Im Hinblick auf die Sinne führt Rudolf Steiner immer wieder aus (z. B. in «Grenzen der Naturerkenntnis», GA 322, Dornach 1969, 3. Vortrag), wie der Gleichgewichts- und Bewegungssinn tätig in der Organisation des Kindes wirksam sind, während es sich aufrichtet und gehen lernt.

Mit der Schulreife tritt für das Kind zugleich ein folgenreicher Wechsel im Verhältnis zur Sinnesorganisation ein. War das Kind vorher «ganz Sinnesorgan», d. h. war das Sinneserlebnis ganz an den unmittelbaren Eindruck gebunden, so wird mit dem Freiwerden der Bildekräfte auch ein inneres Ergreifen der Sinnesprozesse allmählich möglich. Das Aufrechte schlechtweg, das Rot, die Konsonanz oder Dissonanz usw. können innerlich erfaßt und losgelöst von den stets «viel-sinnigen» Wahrnehmungskomplexen betrachtet werden. Wie wir als Maler die Farbe, als Musiker den Ton innerlich ergreifen, so ergreift der Mathematiker die Sinnesqualitäten, die er als Kind im Aufrichten und Gehenlernen sich errungen hat. In dem «Abstraktionsprozeß» der Mathematik haben wir es mit dem willentlichen Absondern der Erlebnisse des sich bewegenden Menschen von den übrigen Sinneserfahrungen zu tun. Das Ich beginnt Herr zu werden im innerlichen intentionalen Ergreifen seiner Sinnesprozesse. Wer das kleine Kind als Bewegungskünstler, als Tänzer, als Balancierartisten beobachtet, hat den künftigen Mathematiker vor sich. Doch wie es zuerst das Vorbild benötigt, an dem es sich aufrichten lernt, so bedarf es nach der Schulreife der Leitung, das in ihm durch Leibeserfahrung Veranlagte seelisch geordnet ergreifen zu können. Zeichne ich ihm die Gerade an die Tafel (Abb. 1), so stelle ich vor es hin, was es im eigenen Aufrichten erlebt hat. Indem ich es veräußerliche, wird es zugleich in diesem Alter innerlicher – d. h. im bewußt werdenden Seelischen – ergriffen. Dabei lebt das Kind aber noch stark mit, *wie* der Lehrer die Gerade zeichnet. Ist er dabei ganz und gar im Gleichgewicht? Erlebt er *seine* Aufrichtekraft darin?

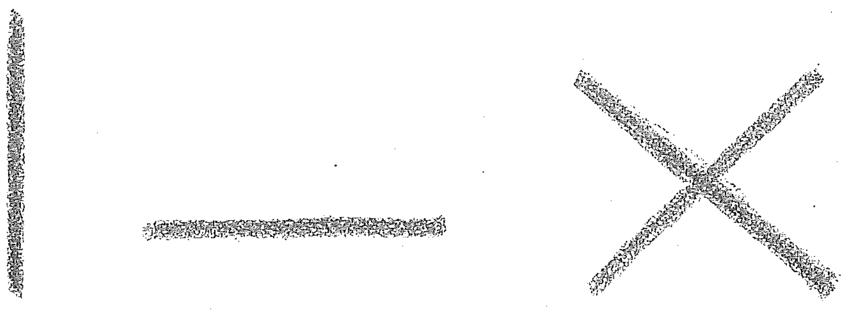
1

Ein Weiteres kommt hierbei noch stark in Betracht: Bis etwa zum 12. Lebensjahr sind Raumlage und Form noch eng verbunden. So werden zwei von der Form her identische Rechtecke durchaus noch nicht als identisch betrachtet, wenn sie verschiedene Raumlage haben (Abb. 2). (Kongruenzsätze, die die Gleichheit von Formen unabhängig von der Raumlage zum Inhalt haben, sind also vor dem 12. Jahr nicht sinnvoll zu behandeln. Sicherlich könnte man sie vorher verständlich machen, das Kind würde sie aber nicht wirklich innerlich erleben.)

2



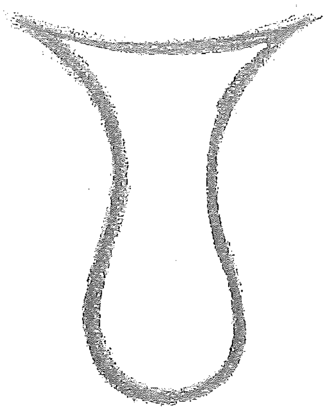
So ist die «Gerade» im ersten Schuljahr nicht irgendeine, sondern man wird unterscheiden: die Gerade (3a), die Liegende (3b) und das Geschwisterpaar der Schrägen (3c).



3a 3b 3c

Erst allmählich löst sich das Formerleben vom engen Bezug zur eigenen Raumlage. Dem Kind werden wir erst später diese Trennung im Geometrieunterricht abfordern und zugleich im künstlerischen Gestalten die Qualitäten des Oben-Unten, Hinten-Vorne, Links-Rechts ins Bewußtsein heben. –

Es wurde schon darauf hingewiesen, daß wir es in der Mathematik mit den Qualitäten spezieller Sinnesgebiete zu tun haben. Dem soll zunächst noch etwas genauer nachgegangen werden. Betrachten wir irgendeine Form (Abb. 4), so spielen in unterschiedlicher Weise mehrere Sinne zusammen:



4

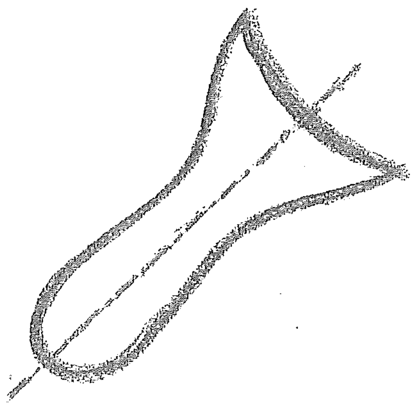
Zunächst ist für den Farbsinn (Sehsinn) eine Farb- und Helligkeitsdifferenz gegeben. Das Auge ist aber nicht nur Organ (Träger) des Farbsinnes, sondern einer Reihe weiterer Sinne; insbesondere ist es auch ein äußerst sensibles Bewegungsorgan. Die Farbdifferenz veranlaßt uns, den Blick ihr entlang zu bewegen, so daß unser Organismus zu einer Eigenbewegung aufgerufen wird. Diese nehmen wir mit dem Eigenbewegungssinn wahr: Form ist keine Qualität des Sehsinnes, sondern des Eigenbewegungssinnes! Dies wird besonders deutlich, wenn wir blinde Kinder unterrichten: Malen können wir in der Regel wohl nicht unterrichten, durchaus aber Formenzeichnen und Geometrie. Nur müssen wir das Formerfassen nicht an das Sehen, sondern an das Tasten oder an unmittelbare Bewegungen des Leibes (z. B. durch Führen der Hand) anbinden. Da die Wahrnehmungen des Gleichgewichts-, Eigenbewegungs- und auch des Lebenssinnes sich zunächst ausschließlich auf den eigenen Organismus richten, benötigen sie einen vorgeschalteten «Außen»-Sinn, um sich auf Äußeres beziehen zu können. Der eigentliche Inhalt wird aber in jedem Fall – anders als Farbe, Geruch, Wärme, usw. – nur aus der eigenen Tätigkeit gewonnen. Es gibt ihn für mich nicht, wenn ich ihn nicht schaffe. Seelisch ergriffen wird er allerdings erst voll, wenn ich ihn in *verinnerlichter* Sinnestätigkeit erzeuge. Interessant ist in dieser Hinsicht das Erfassen von Formen durch Ertasten, wenn sie z. B. auf den Rücken gezeichnet wird. Hier können wir die Form zunächst gar nicht mit einer äußeren Bewegung nachbilden, sondern sind ganz auf die Bewegung unseres inneren Aufmerksamkeitsstrahles angewiesen.

Im didaktischen Aufbau werden wir deshalb – vor allem die innerlich etwas stumpfen Kinder – Formen vielfach auch laufen lassen, um das Bewegungserlebnis möglichst stark anzuregen. Dann beruhigen wir den Leib immer mehr, indem wir die Form mit der Hand in die Luft zeichnen lassen und sie schließlich nur innerlich angeschaut bilden lassen. Danach kann sie auf dem Papier als Bewegungsspur erscheinen.

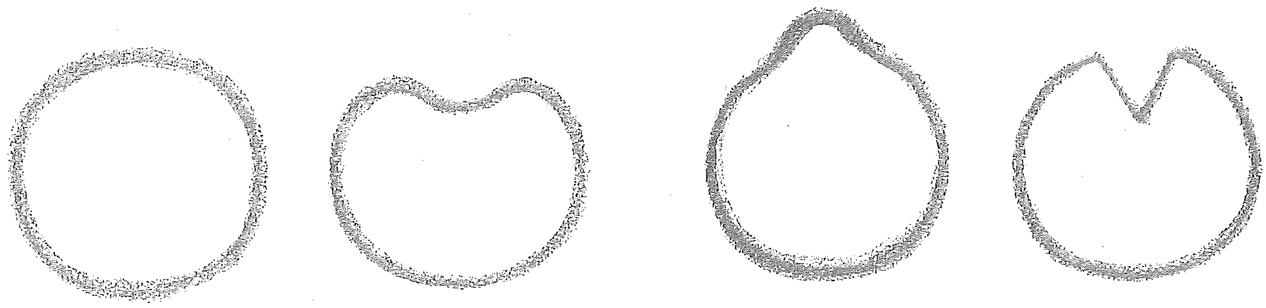
Indem das Kind im Anschauen einer Form sich selbst in feiner Weise bewegt, bringt es die Bewegung in Verbindung mit seinem Gleichgewichtsempfinden, wie dies in jeder Bewegung bei einem gesunden Menschen geschieht. Das Geradesein, aber auch alle axiale (Spiegel-)Symmetrie geben ein besonderes Gleichgewichtserlebnis. So verbindet sich mit dem Bewegungs- das Gleichgewichtswahrnehmen. Raumlage, Geradlinigkeit und Symmetrie sind vor allem die geometrischen Eigenschaften, die wir durch das Hineinspielen des Gleichgewichtsempfindens in das Bewegungserlebnis gewinnen.

Untersuchungen an Kindern im Grundschulalter[2] zeigten, daß die (achsiale) Symmetrie einer Form weitaus am sichersten erfaßt wird, wenn die Achse in der Symmetrieebene des eigenen Leibes liegt. Ist sie schräg gestellt (Abb. 5), so drehen die Kinder das Blatt oder den Kopf, um die Achse wenigstens in der Symmetrieebene des Kopfes liegen zu haben. Mancher Erwachsene verhält sich ähnlich. Dies zeigt die enge Beziehung des Symmetrieerfassens zur eigenen Gleichgewichtswahrnehmung.

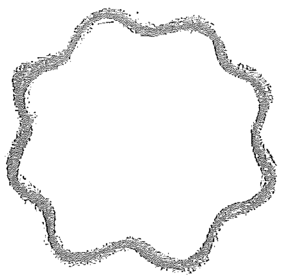
5



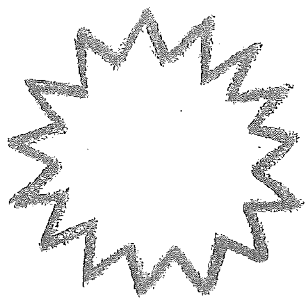
Ein weiteres Sinneserlebnis spielt in das Bewegungserlebnis beim Formerfassen hinein: Betrachten wir eine Kreislinie (Abb. 6 a), so trennt sie ein Inneres von einem Äußeren. Dellen wir den Kreis ein, so daß er an einer Stelle konkav wird, so empfinden wir eine leise Schwächung des Inneren (Abb. 6 b). Dehnt sich eine Stelle nach außen, so empfinden wir einen Kraftüberschuß des Inneren (Abb. 6 c). Noch deutlicher wird die Empfindung, wenn (bei 6 b) der äußere Eindruck geradlinig, «verletzend» für das Innere wird (Abb. 6 d). Man nimmt wahr, wie unser Lebenssinn sich dem Bewegungserlebnis verbindet. Stärkung und Schwächung des Leibesinnern ist seine eigene Domäne. Über die Bewegung verbindet er sich schließlich auch mit dem Äußeren. Begriffe wie konvex und konkav bildet der Mathematiker aufgrund solcher, gewöhnlich unbewußt bleibender Erlebnisse. Die Formbeispiele Rudolf Steiners in den Vorträgen «Wege zu einem neuen Baustil» (GA 286) zielen auf ein solches Wahrnehmen hin (Abb. 7 a und b):



6a–d

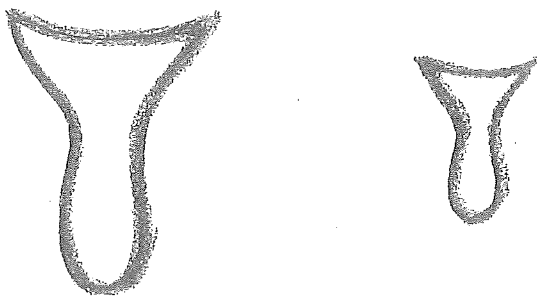


7a
Das Innere hat gesiegt



7b
Das Äußere hat gesiegt

Zuletzt sei noch die absolute Größe einer Form betrachtet (Abb. 8a, b):



8a und b

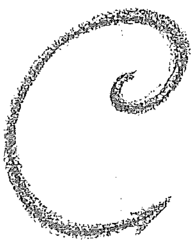
Für die Form spielt die Größe keine Rolle. Das Maß ist aber nur aus dem Inneren nicht begründbar. Wir benötigen im konkreten Fall dafür einen Erfahrungsgegenstand wie das «Urmeter» in Paris o. ä. In der Größe kommen wir wie mit dem Tastsinn wieder unmittelbar an einen äußeren Wahrnehmungsbereich heran.

Damit sind von der Sinnesseite her einige Grundlagen der geometrischen Begriffsbildung genannt. Viele Fragestellungen müssen heute noch offen bleiben. Das Besondere des Mathematischen gegenüber anderen Wahrnehmungsurteilen ist die über die *Willens*sinne vollzogene Herstellung der Wahrnehmung durch uns selbst. Indem wir denkend das aus dem Willen selbst Erzeugte durchdringen, erleben wir ein rein Geistiges, das uns in objektiver Weise mit der Welt verbindet. Gewöhnlich bleiben aber diese Wahrnehmungen unbewußt. Nur die entsprechenden Begriffsbildungen werden in ihren logischen Beziehungen bewußt. Interessant ist es dabei zu sehen, welche Erfahrungen in die Begriffsbildung der Mathematik *nicht* aufgenommen werden. In der klassischen Geometrie sind dies vor allem Raumlage (rechts-links, oben-unten usw.) und absolute Größe. Im modernen Strukturalismus wird möglichst jeder Erfahrungsbezug fallengelassen, ist aber faktisch im Erkennen von Zeichen und Anordnungen interessanterweise nicht entbehrlich.

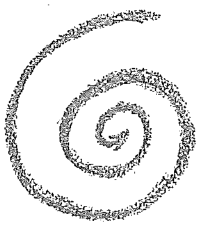
Wenn wir eine Form zeichnen, geben wir zunächst der Bewegungsspur ein bleibendes visuelles Bild. Es ist aber in Wirklichkeit nicht unser Gegenstand. Indem wir es uns bewegend anschauen, setzen wir uns das geronnene Formbild wieder in Bewegung um. Begrifflich werden wir dabei die frei gezeichnete Form niemals ganz auflösen können. Was aber an erster begrifflicher Durchdringung möglich ist, soll in den folgenden Abschnitten anfänglich dargestellt werden.

Die Grundelemente der Geometrie ebener Kurven

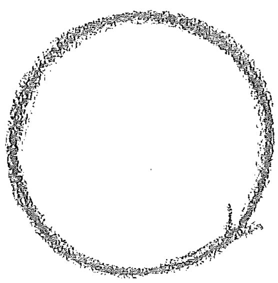
Laufen oder zeichnen wir eine Kurve, so lebt deren Dynamik zunächst am stärksten in den verschiedenartigen Krümmungsverhältnissen: in ihrem Weiten oder Zusammenziehen oder in ihrem gleichbleibenden Krümmungsmaß (Abb. 9a–c).



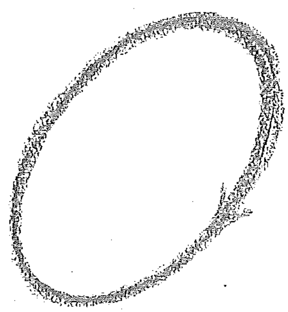
9a



9b

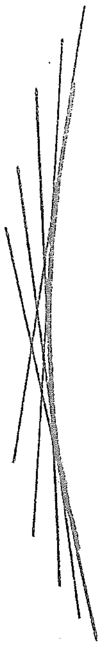


9c



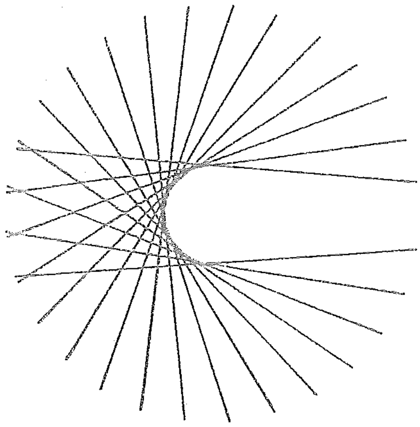
9d

Ein rhythmisches Schwingen von Weiten und Zusammenziehen kann zur Figur 9d führen. Dieses Schwingen lebt zwischen zwei Polen, in denen der eigentliche Kurvencharakter verlorengeht: Die Kurve kann sich zur Geraden strecken (Krümmung 0) oder zum Punkt krümmen (unendliche Krümmung). Innen und Außen, Mitte und Umkreis sind die Gegensätze, zwischen denen die Dynamik einer Kurve sich auslebt (Abb. 10a–d).

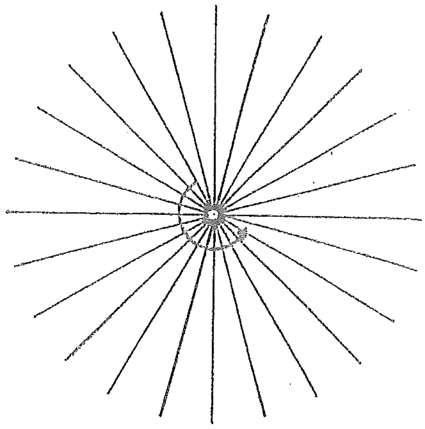


10a

10b



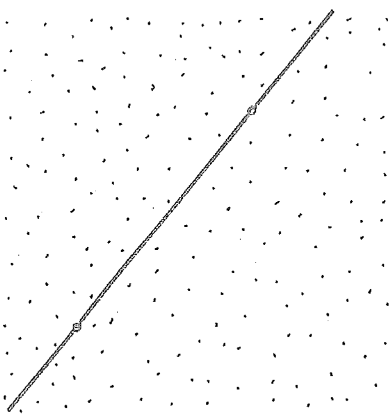
10c



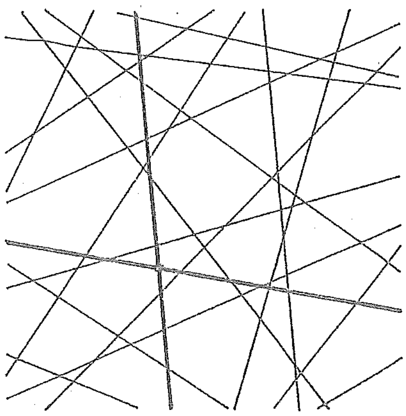
10d

Auf der Geraden wird die Bewegung zu einem (geradlinigen) Fortschreiten. Es gibt keine Richtungsänderung. Im Punkt ist als Bewegung nur noch die Drehung möglich. Es gibt kein Fortschreiten mehr, nur noch Richtungsänderung. Laufen wir eine gewöhnliche Kurve, so schreiten wir fort *und* drehen uns dabei. Die Punkte der Kurve geben die durchlaufenen Orte an, die Tangenten die sich ändernden Richtungen. Punkt und Gerade, Fortschreiten und Drehen sind für die ebenen Kurven die Polaritäten, zwischen denen sie sich bewegen.

In der projektiven Geometrie wird die Polarität von Punkt und Gerade in der Ebene durch das Dualitäts- bzw. Polaritätsgesetz ausgesprochen (vgl. Louis Locher-Ernst «Raum und Gegenraum», Dornach 1970). Man kann begrifflich die Ebene einmal als Geradenmenge (Strahlenfeld) oder als Punktmenge (Punktfeld) auffassen. Jedem Vorgang in dem einen Feld entspricht dann ein polarer in dem anderen. Bestimmen z. B. im Punktfeld zwei Punkte genau eine Gerade, so im Strahlenfeld zwei Geraden genau einen Punkt (Abb. 11a und b).



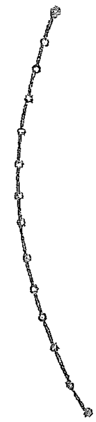
11a



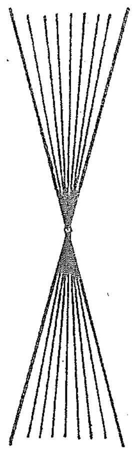
11b

Um uns ein wenig in diese polaren Verhältnisse hineinzudenken, betrachten wir einen einfachen Vorgang in seiner polaren Ausgestaltung: Wir denken uns dazu im Punktfeld eine Strecke gegeben (Abb. 12). Aus ihr entsteht eine «Krumme», ein «einfacher Bogen», indem wir sie biegen (Abb. 13). Welcher Vorgang entspricht diesem Biegen im Strahlenfeld? Dort müssen wir nicht von einem Stück geraden Weges, sondern von einem «Stück» Drehung ausgehen, einem Winkelfeld (Abb. 14).

12

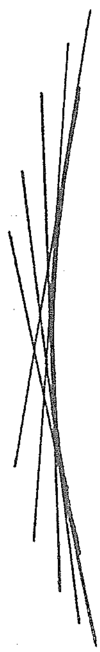


13



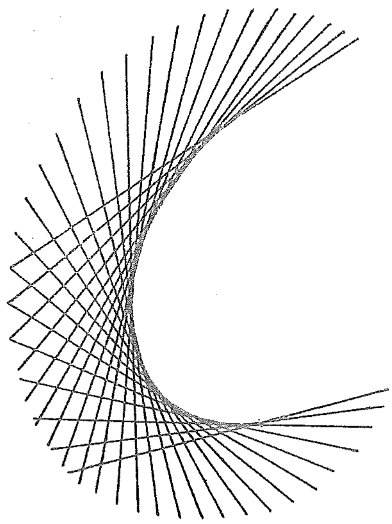
14

Um den analogen Vorgang zum Biegen zu finden, überlegen wir, was den Bogen von der Strecke unterscheidet. Offenbar liegen keine drei Punkte mehr auf einer und derselben Geraden. Entsprechend werden wir das Winkelfeld so umzuwandeln haben, daß keine drei Strahlen (Geraden) mehr durch einen Punkt gehen. In einfachster Weise können wir diese Forderung erfüllen, indem wir das Winkelfeld zu einer «Bogenhülle» auflösen. Die Geraden hüllen als Tangenten einen einfachen Bogen ein (Abb. 15).



15

Das Krümmen einer Strecke und das «Auflösen» eines Winkelfeldes führen also im einfachsten Fall zur gleichen Form, einem Bogen, den sie einmal als Punktgebilde und einmal als Strahlengebilde entstehen lassen. Der Bogen mit seinen Punkten *und* Tangenten ist aus den Extremen hervorgegangen (Abb. 16).

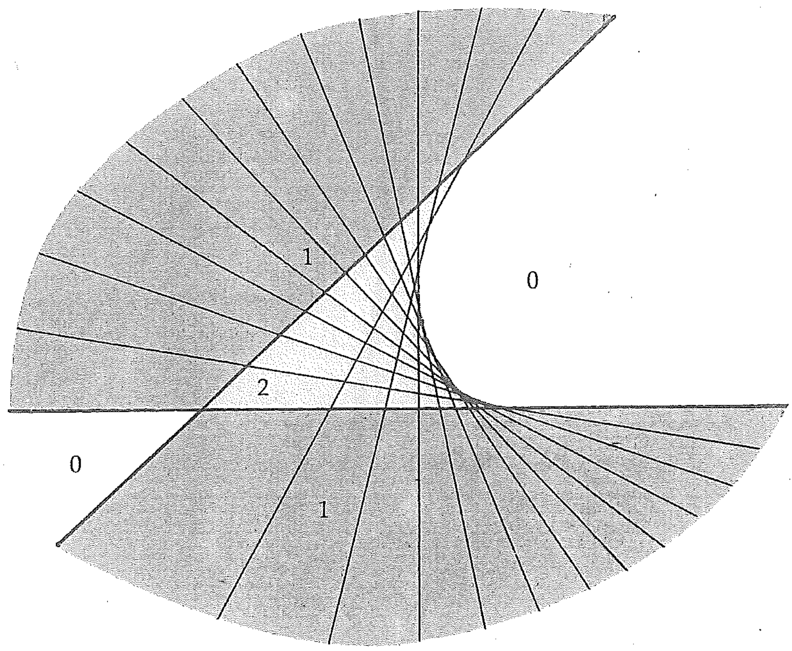


16

Wir erleben diese Polarität, wenn wir uns bewegen, darin, daß wir nicht nur in jedem Augenblick uns an einem *Ort* befinden, sondern zugleich im Fortschreiten jeweils eine *Richtung* haben. Dabei ist für uns in der Bewegung das Richtunggeben mindestens ebenso wichtig wie der Ort, an dem wir uns jeweils befinden.

Nun stellt der Bogen nicht nur ein Gebilde in der Ebene dar, sondern er gestaltet selbst die ganze Ebene, sowohl das Punktfeld wie das Strahlenfeld. Der Blick wird damit von der gezeichneten Linie in den Umkreis gelenkt, und dies ist für das Empfinden beim Zeichnen einer Form von größter Bedeutung.

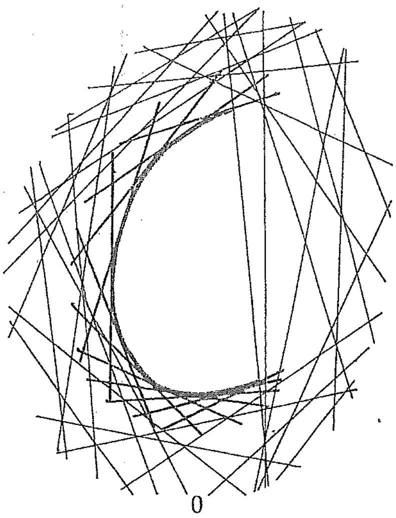
Die Punkte der Ebene können zu dem Bogen (als Hüllgebilde!) in sehr verschiedener Beziehung stehen. Durchlaufen wir mit einem Strahl die Bogenhülle, so wird ein Teil des Punktfeldes zweimal überstrichen (Gebiet 2), ein Teil gar nicht (0) und ein Teil einmal (1) (Abb. 17).



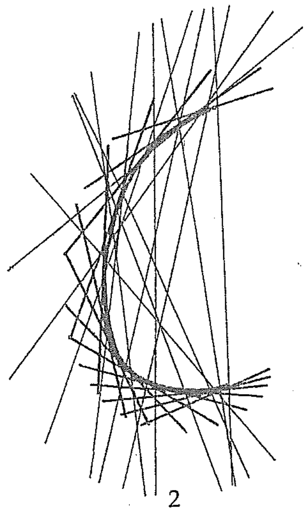
17

L. Locher-Ernst bezeichnet in seinem schönen Aufsatz «Ein einfacher Bogen», in Das Goetheanum, 40. Jg., Nr. 24 (11. Juni 1961) das Gebiet 0 als das *Umschlossene*, 2 als das *Ausgeschlossene* und 1 als das *Nichtbeachtete.*

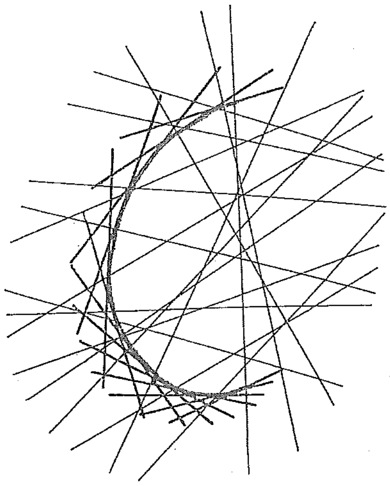
Durchlaufen wir den Kurvenbogen mit einem Punkt, so wird das Strahlenfeld auch dreifach gegliedert: Gewisse Strahlen werden von dem Punkt zweimal getroffen, andere keinmal und die übrigen einmal. Die Abbildungen (18a–c) geben die dreifache Gliederung des Strahlenfeldes durch einen einfachen Kurvenbogen wieder.



18a



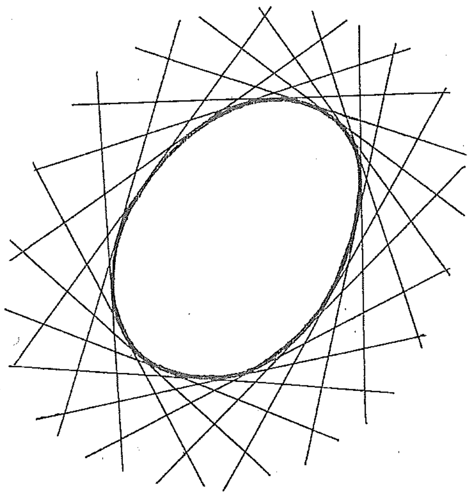
18b



18c

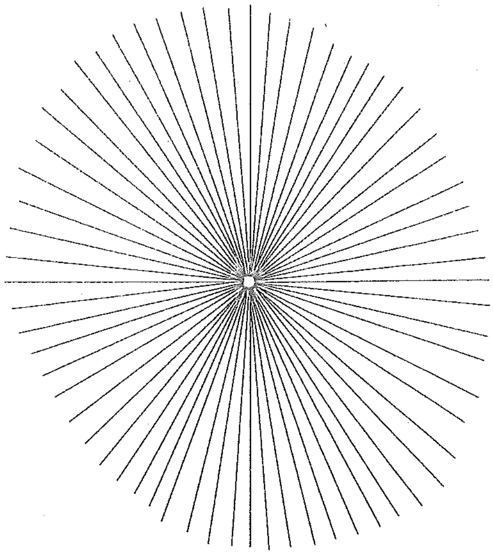
L. Locher-Ernst nennt diese drei Strahlenbereiche das *Umschließende* (0), das *Ausschließende* (2) und das *Nichtbeachtende* (1). Er stellt mit diesen Passiv- und Aktivformen die Beziehungen zum menschlichen Willensleben her. Jede bogenförmige Bewegung schafft diese doppelte Dreigliederung in der Umgebung.

Setzen wir den Bogen so fort, daß er sich zu einem Oval schließt (Abb. 19), so verschwindet ganz das Nichtbeachtete (1) bzw. das Nichtbeachtende (1). Die Ebene erscheint nur noch in doppelter Weise zweifach gegliedert.

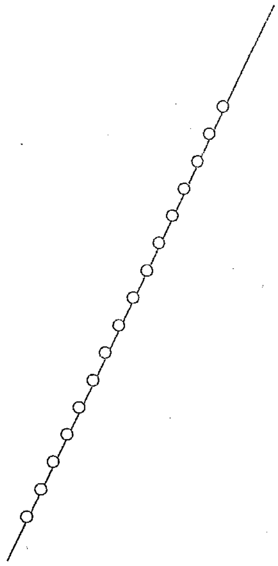


19

Lassen wir das Oval zu einem Punkt schrumpfen, so wird aus der Bogenhülle ein Strahlenbüschel (20a).



20a



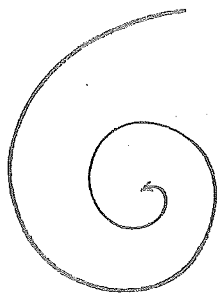
20b

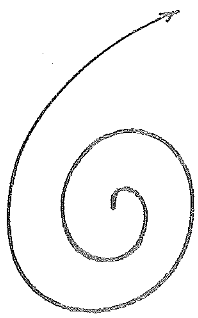
Das Umschlossene (0) verschwindet. Alles bis auf den einen Punkt ist ausgeschlossen. Das Umschließende (0) erfüllt dagegen die ganze Ebene, während das Ausschließende (2) – wie schon vorher das Nichtbeachtende – ganz verschwindet.

Lassen wir dagegen das Oval sich so weiten, daß es sich immer mehr einer Geraden anschmiegt (Abb. 20b), so verschwinden das Ausgeschlossene (2) und das Umschließende (0), während das Umschlossene (0) und das Ausschließende (2) übermächtig werden.

Außer zu einem Oval kann der Bogen noch in sehr verschiedenartiger Weise fortgesetzt werden. Er kann sich z. B. immer stärker krümmen oder immer mehr weiten. Dann erhalten wir eine einwickelnde bzw. auswickelnde Spirale (Abb. 21a und b).

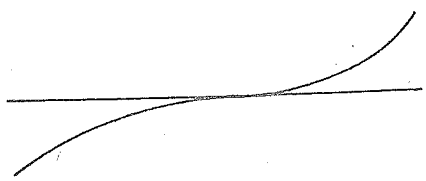
21a





21b

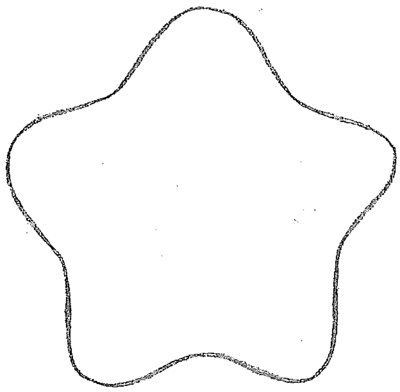
Ein ganz neuer Einschlag kommt in die Bewegung, wenn wir eine Wendung vollziehen (Abb. 22).



22

Im *Wendepunkt* hat die Kurve sich einen Augenblick zur Geraden gestreckt. Beginnt sie rhythmisch diese Wendung immer wieder zu vollziehen, so entsteht eine Wellenform (Abb. 23 oder 24).

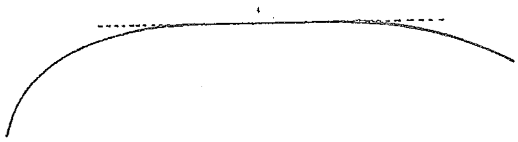
23

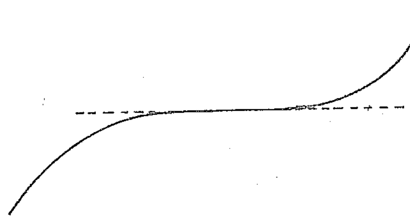


24

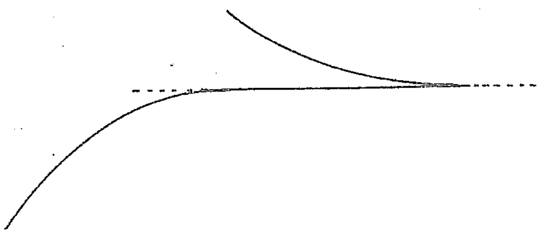
Geht die Bewegung aber für einige Zeit ganz in die Streckung über, so gibt es danach drei Fortsetzungsmöglichkeiten: ohne (Abb. 25 a) oder mit Wendung (Abb. 25 b) oder mit Spitze (Abb. 25 c).

25 a





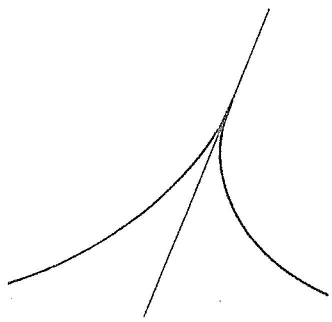
25 b



25 c

Es geht hier aber eine Eigenschaft der Kurven verloren, an der wir zunächst festhalten wollen: Durchlaufen wir den Streckenabschnitt, so ändert sich die Tangente nicht. Die Hülle «erstarrt» für diese Zeit zu einem einzigen Strahl und kommt erst nach der Strecke wieder in Bewegung.

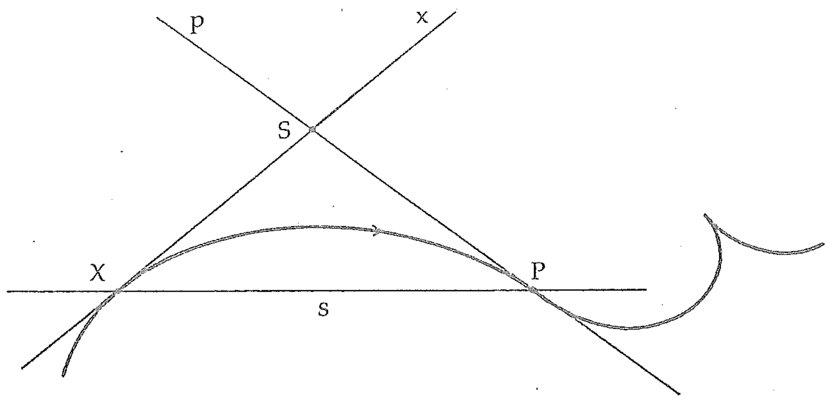
Polar zur Wendung der Kurve ist das Bilden einer Spitze (Abb. 26).



26

Hörte in der Wendestelle die Drehung der Tangente für einen Augenblick auf, so hier das Fortschreiten. Blieb dort das Fortschreiten von der Wendung unbehindert, so hier die Drehung der Tangente. Man durchlaufe probeweise jeweils mit einem Punkt und einer Geraden eine Wendestelle und eine Spitze und beobachte das Verhalten von Punkt und Strahl.

Um die möglichen Verhältnisse genauer zu überschauen, die in einem Kurvenpunkt P und seiner Tangente p herrschen können, halten wir das Paar P, p fest und durchlaufen mit einem zweiten Punkt-Tangentenpaar X, x die Kurve in der Umgebung von P, p (Abb. 27).



27

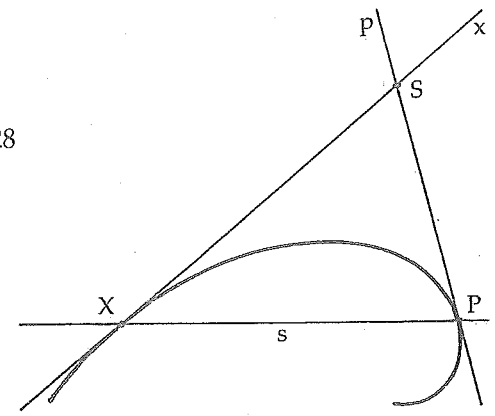
Es bietet sich unmittelbar an, dabei die Drehung der Verbindungsgeraden s = XP um P und polar dazu das Fortschreiten des Schnittpunktes S = xp auf p zu verfolgen.

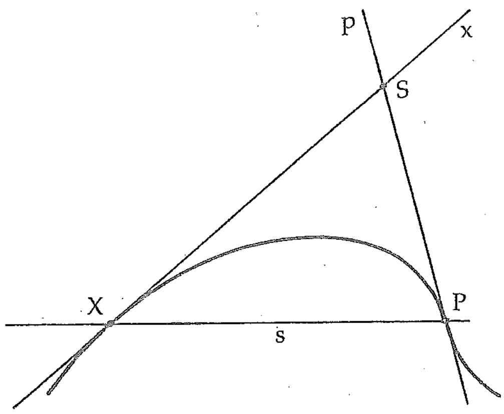
Diese im Grunde einfache Figur gibt überraschenderweise schon die Möglichkeit, eine wichtige Gruppe von Besonderheiten, die bei einer Kurve auftreten können, zu überschauen! Beim Überschreiten des festen Paares P, p durch das bewegliche Paar X, x sind genau vier Fälle möglich:

1. s und S ändern in P, p ihren Bewegungssinn (Drehsinn bzw. Richtung des Fortschreitens) nicht (Abb. 28).
2. s ändert in P seinen Bewegungssinn, S aber nicht (Abb. 29).
3. s dreht sich gleichmäßig weiter, aber S wird rückläufig (Abb. 30.
4. s und S ändern beide ihren Bewegungssinn (Abb. 31).

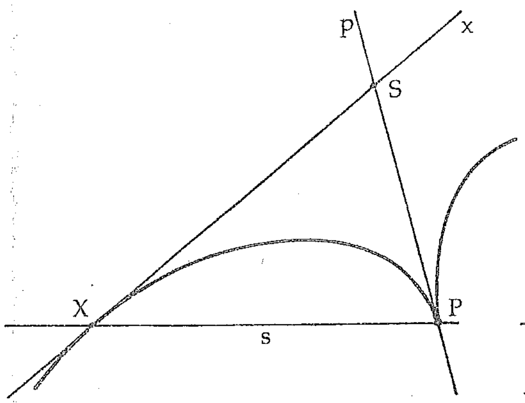
Mehr Fälle sind offenbar nicht möglich!

28

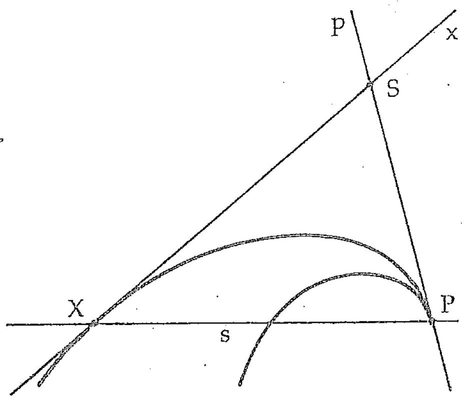




29



30

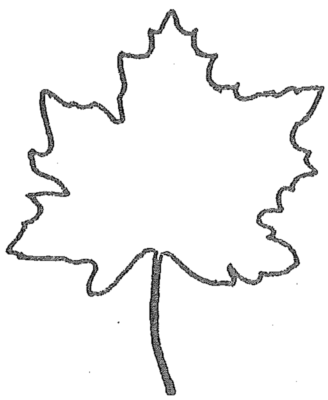


31

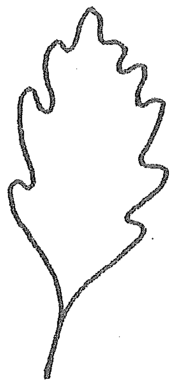
Im ersten Fall liegt bei P, p ein ganz gewöhnliches (reguläres) Verhalten vor, das wir vom Kurvenverlauf an fast allen Stellen erwarten; im zweiten Fall besitzt die Strahlenhülle der Kurve eine Besonderheit. Die Kurve vollzieht eine Wendung (Wendestelle). Im dritten Fall liegt die Besonderheit in der Punktbewegung. Sie wird rückläufig. Zur Unterscheidung von Fall vier bezeichnet man die auftretende Spitze als *Dornspitze.* Im vierten Fall hat die Kurve sowohl unter punktuellem als auch unter dem Strahlenaspekt eine Besonderheit. Man bezeichnet die Spitze als *Schnabelspitze.* Sie entsteht gewissermaßen, wenn der zweite und dritte Fall zugleich auftreten.

Um das Besprochene anzuwenden, kann man z. B. einmal eine ganz beliebige Form aufzeichnen und verfolgen, wie die besprochenen Formelemente auftreten. Ein wildes Gekritzel ist oft erstaunlich arm dabei.

Eine schöne Übung ist es, mit diesen Begriffen Blattformen anzuschauen Abb. 32a und b).

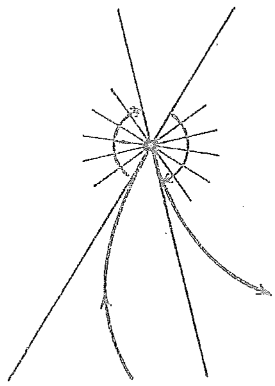


32a



32b

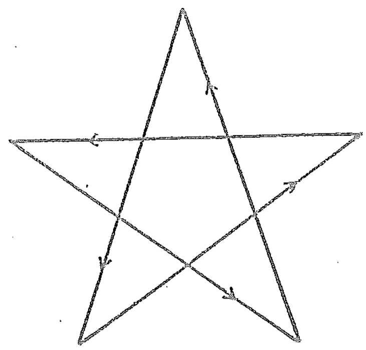
Um das Formenalphabet zu vervollständigen, müssen wir noch zwei Gruppen von Besonderheiten uns bewußt machen. Die erste Gruppe berührten wir oben schon: Eine Kurve kann sich für einen Teil ihres Verlaufes zur Geraden strecken. Dann wird für diese Zeit *eine* Richtung festgehalten. Dies tun wir, wenn wir auf ein deutlich vor uns gesehenes Ziel zugehen. Den polaren Vorgang vollziehen wir, wenn wir einen Winkel (Abb. 33) bilden.



33

Beim Winkel behalten wir für einige Zeit denselben Punkt bei, während der Strahl sich weiterdreht.

Setzt sich eine Form nur aus den extremen Elementen Strecke und Winkel zusammen, so sprechen wir von einem Streckenzug (Abb. 34).

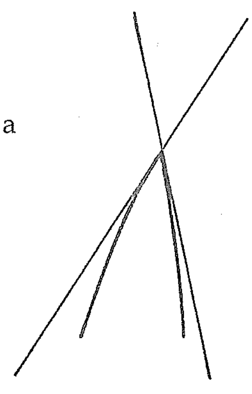


34

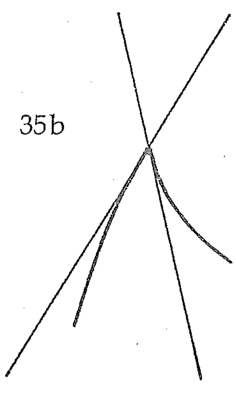
Zwar wird hier die Gliederung der Ebene, die sich beim Durchlaufen einer gekrümmten Linie dauernd lebendig verändert, relativ arm und starr, dafür ist sie aber in ihrer klar bestimmten Form wacher ins Bewußtsein zu heben und der begrifflichen Beschreibung weitaus leichter zugänglich. Dies ist der Grund, warum man in der Neuzeit (in der Antike war es umgekehrt) dem Streckenzug den Vorrang vor dem Gekrümmten gab (Rektifizierung einer Kurve etc.).

So wie Bögen sich in unterschiedlicher Weise einer Strecke angliedern können (siehe Abb. 25), so können auch Winkel verschiedenartig gebildet werden (Abb. 35a–c).

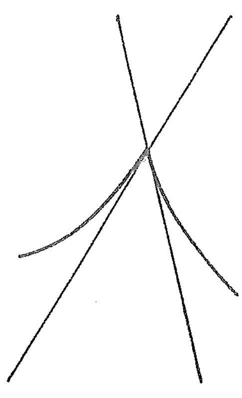
35a



35b

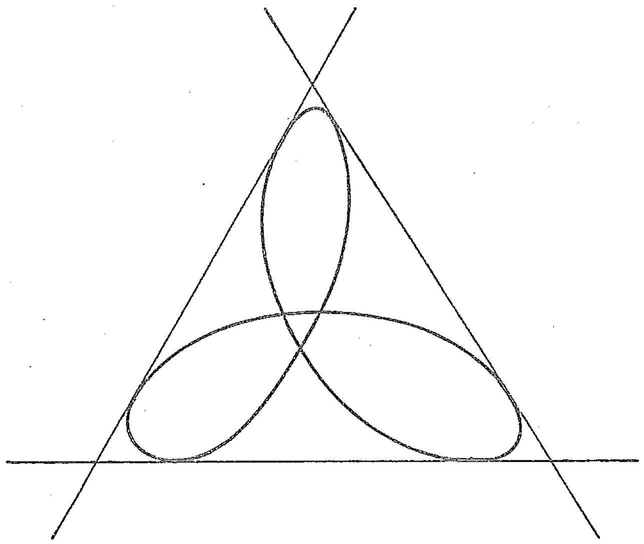


35c



Die zweite angekündigte Gruppe von noch möglichen Besonderheiten eines Kurvenverlaufes besteht in der Bildung von Doppelpunkten und Doppeltangenten. In der Kurve der Abb. 36 werden drei Punkte jeweils zweimal durchlaufen. Durchlaufen wir mit einem Strahl die Strahlenhülle, so werden auch drei Strahlen zweimal eingenommen. Die Kurve besitzt zugleich drei Doppeltangenten. In den Doppelpunkten gelangen wir zweimal an denselben Ort. Liegt eine Doppeltangente vor, so bewegen wir uns zweimal in derselben (oder genau entgegengesetzten) Richtung. Natürlich kann es auch Dreifach-, Vierfach-Punkte bzw. -Tangenten geben.

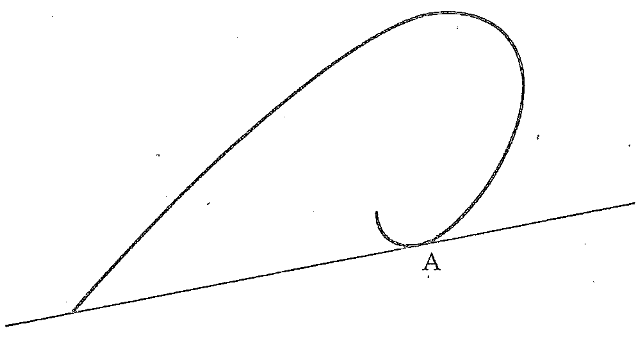
36

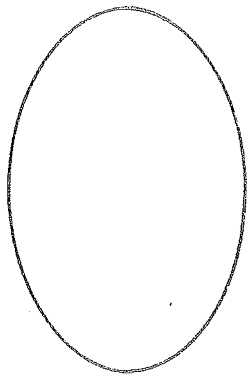
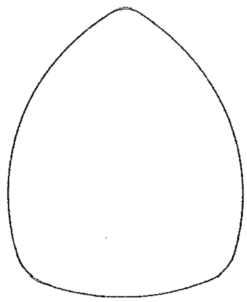


Mit diesen Begriffen haben wir die hauptsächlichsten Elemente der Formensprache ebener Kurven zusammengetragen.

Was nicht besprochen wurde, sind z. B. solche Erscheinungen: Durchlaufen wir mit einem Strahl den Bogen in Abb. 37, so tritt bei A das Besondere ein, daß die Tangente zum ersten Mal die Kurve selbst nochmals schneidet. Ferner können wir mit den bisherigen Begriffen die beiden Ovale der Abb. 38a und b nicht unterscheiden.

37

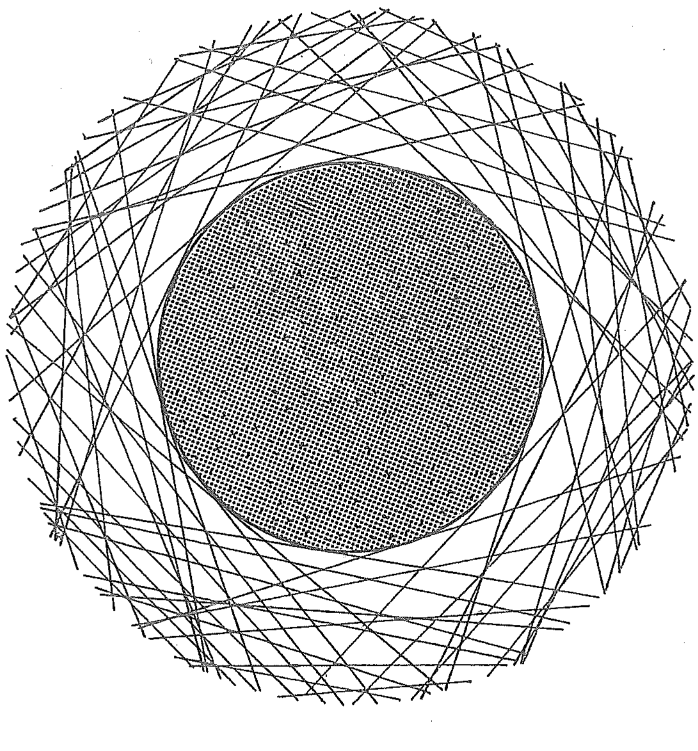


38a   38b

Die beiden Figuren besitzen einmal zwei (links) und einmal drei Punkte stärkster Krümmung. Derartige Unterscheidungen hängen aber eng mit Maßbegriffen zusammen, die wir hier nur wenig berücksichtigen.

Innen und Außen (Kern und Hülle am Kreis)

Der Kreis gliedert die Ebene, in der er liegt, sowohl als Punktfeld wie auch als Strahlenfeld in zwei Bereiche. Im Punktfeld schließt er einen Kern als *Inneres* ein. Der Rest des Punktfeldes ist als *Äußeres* ausgeschlossen. Dem Kern entspricht im Strahlenfeld die Hülle, die von außen her den Kreis formt. Dieser Hülle gehören alle Strahlen an, die den Kreis nicht schneiden. Will man sachgemäß die Begriffe innen und außen von der uns gewohnten Punktanschauung auf das Strahlenfeld übertragen, so hat man das *Hüllen*innere als den Bereich anzusprechen, der das *Punkt*äußere ist, und das *Hüllen*äußere als den Strahlenbereich, der Punkte des *Punkt*inneren trifft. In Abb. 39 sind das Punktinnere und das Hülleninnere angedeutet.

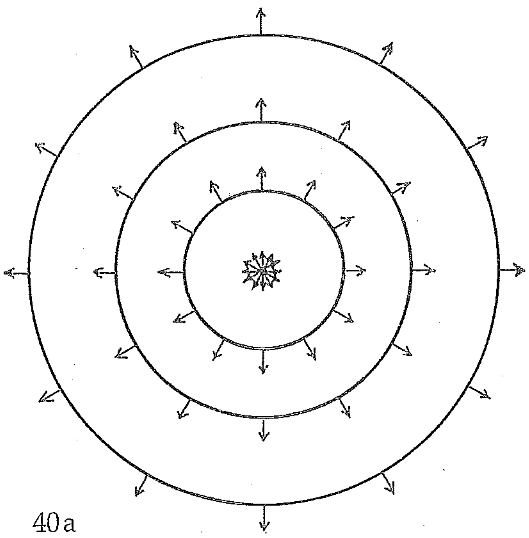


39

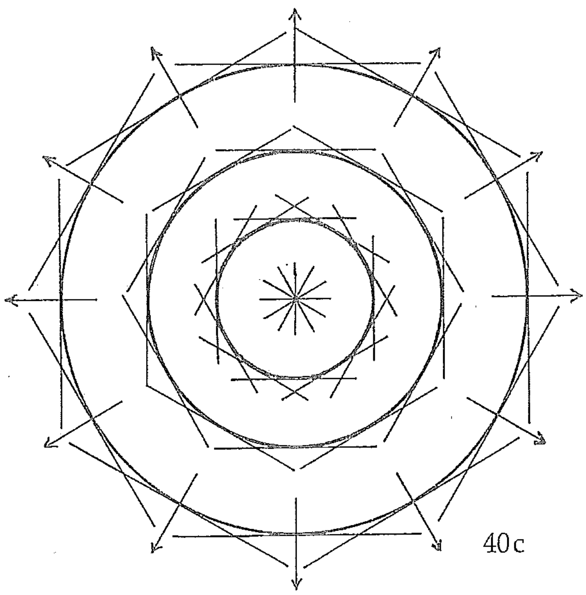
Die vier elementaren Bewegungen am Kreis

Es lassen sich nun vier elementare Prozesse von Kern und Hülle denken, die wir bildhaft beschreiben wollen.

1. In der Mitte des Kernes befindet sich eine Quelle, aus der Punkte, sich kreisförmig ausbreitend, strömen (Abb. 40 a). Der Kern *dehnt* sich.
2. Aus der unendlich fernen Geraden (die, wie wir bald sehen werden, polar dem Mittelpunkt entspricht), quellen Strahlen, die das Hülleninnere immer mehr gegen den Mittelpunkt «wachsen» lassen. (Der ausgesparte Raum wird dabei kleiner!). Die Hülle *umschließt* den Mittelpunkt immer enger (Abb. 40 b).
3. Die Hülle zieht sich gegen das Unendliche immer weiter zurück. Der ausgesparte Raum wird *geweitet* (Abb. 40 c).
4. Schließlich kann der Mittelpunkt statt als Quelle als Punktsenke wirken. Dann zieht sich der Kern in den Mittelpunkt hinein zurück. Er verdichtet sich (Abb. 40 d)[3].

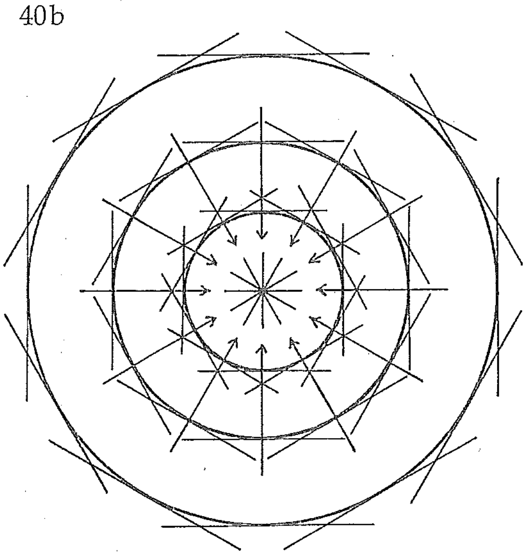


40 a

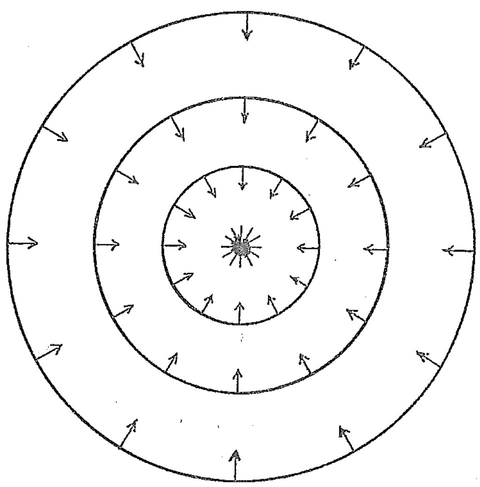


40 c

40 b



40 d

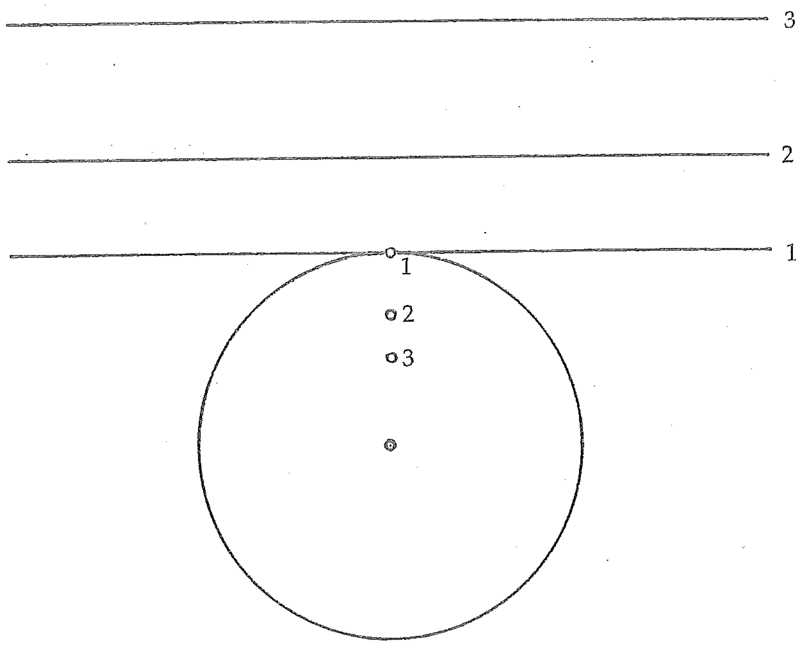


Die Polarität am Kreis

Die Kreisform vermittelt nun in besonders einfacher Weise zwischen dem Inneren und Äußeren und zwar in dreifacher Art:

1. zwischen dem Punktinneren (Kern) und dem Strahleninneren (Hülle) bzw. dem Punktäußeren und Strahlen«äußeren»,
2. zwischen dem Punktinneren und dem Punktäußeren,
3. zwischen dem Strahleninneren und dem Strahlenäußeren.

Dabei bauen der zweite und dritte Fall auf den ersten auf. Primär ist also die von der Kreisform erzeugte Beziehung zwischen Punktfeld und Strahlenfeld derselben Ebene zu betrachten (Abb. 41).



41

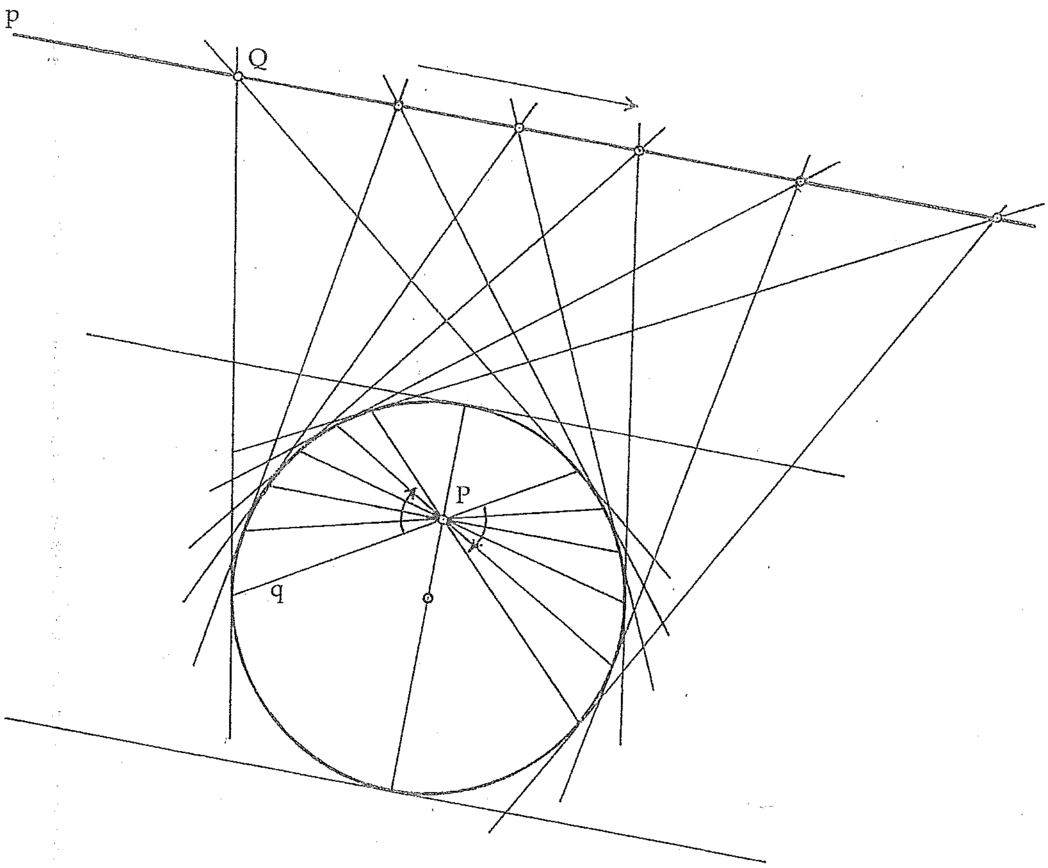
In zwei Fällen ist eine Beziehung zwischen einem Punkt und einer Geraden in naheliegender Weise anzugeben:

1. Liegt der Punkt auf dem Kreis, so ist ihm die Tangente in diesem Punkt zugeordnet.
2. Dem Mittelpunkt des Kreises entspricht die unendlich ferne Gerade. Sie ist sozusagen vom Hüllenrand gleichbleibend und am weitesten entfernt – wie auch der Mittelpunkt vom Rand des Kernes.

Welche Lage wird die entsprechende Gerade anzunehmen haben, wenn sich ein Punkt vom Mittelpunkt zum Rand bewegt?

In Abb. 41 sind entsprechende Stadien (gleich numerierte entsprechen sich) gezeichnet. Man wird wohl beim Betrachten die innere Gesetzmäßigkeit empfinden können. Zur Probe zeichne man einige Kreise, außerhalb jeweils eine Gerade und dazu einen inneren Punkt. Nachher kann man mit Hilfe der im folgenden besprochenen Konstruktion prüfen, ob man einen Sinn für die hier vorliegende Gesetzmäßigkeit besaß.

Wir wollen nun die Konstruktion besprechen, die dieser Gesetzmäßigkeit zugrunde liegt. Sie verbindet – genau betrachtet – Strahlenbüschel mit Punktreihen. Betrachten wir das Strahlenbüschel, dessen Trägerpunkt P ist. Da P ein innerer Punkt ist, schneidet jeder Strahl q des Büschels den Kreis in zwei Punkten, denen je eine Tangente angehört. In dieser Zusammengehörigkeit von Kreispunkt und Kreistangente geht die Kreisform in die Konstruktion ein. Läge eine andere Kurvenform vor, würde sich hier das Ergebnis modifizieren. – Die beiden Tangenten bestimmen ihrerseits wiederum einen Punkt Q. Man verfolge, wie Q sich bewegt, wenn q sich in P dreht. Das Erstaunliche, hier leider nicht zu Beweisende, ist nun, daß bei der Drehung von q Q eine Punktreihe p durchläuft! (Abb. 42)[4].



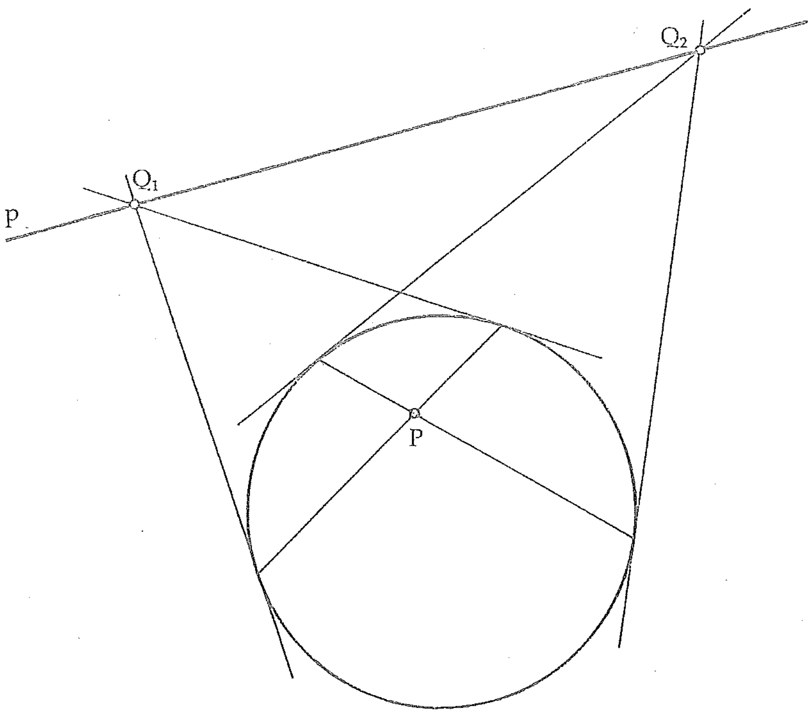
42

Die Konstruktion legt zugleich zwei weitere nahe: 1. wie aus p P zu gewinnen ist. Dazu wählt man auf p mindestens zwei Punkte Q_1, Q_2, zeichnet die Tangenten an den Kreis und verbindet entsprechende Berührpunkte. Der Schnittpunkt ist P (Abb. 43).

2. Ferner legt die Konstruktion nahe, wie zu Punkten im Äußeren ein zugehöriger Strahl gefunden werden kann:

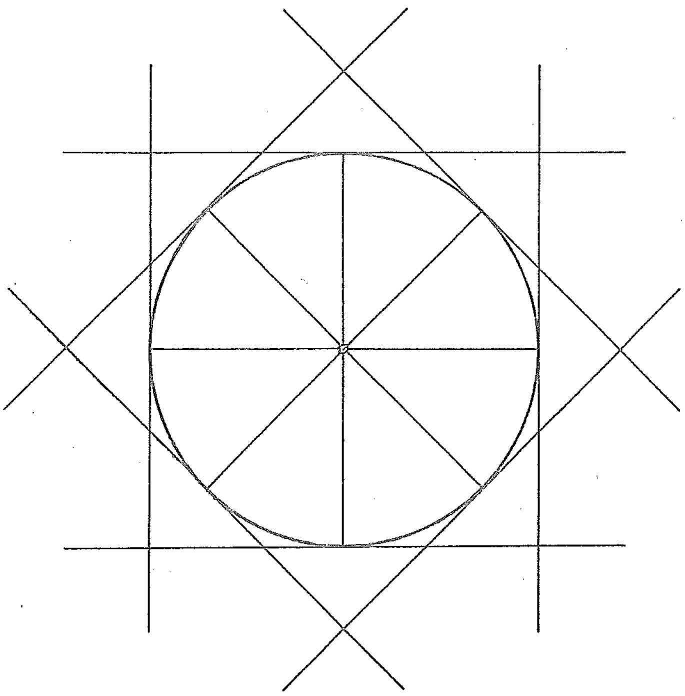
Ist Q im Äußeren gegeben, so legt man an den Kreis die beiden Tangenten[5] und verbindet die beiden Berührungspunkte durch q.

Ein Paar einander zugeordneter Elemente (Punkt und Gerade) bezeichnet man als Pol und Polare. Wo liegt die Polare des Mittelpunktes M? Alle einander entsprechen-



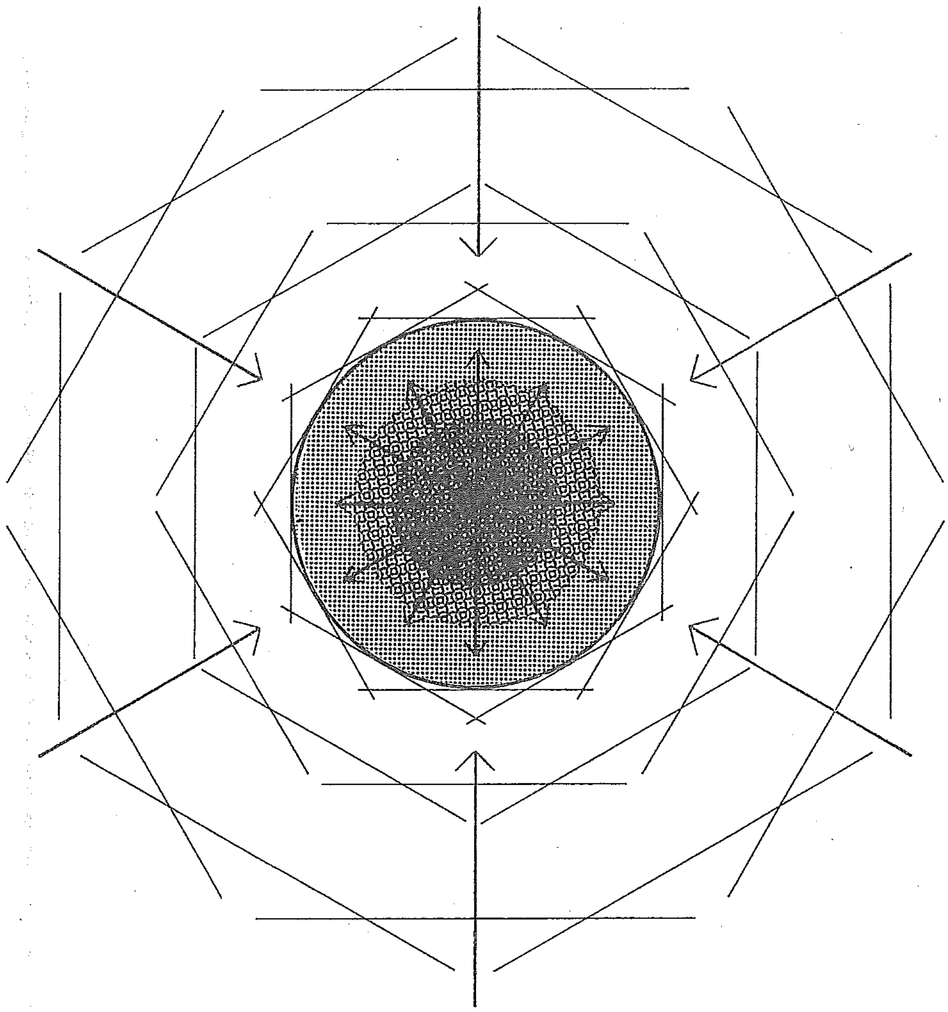
43

den Tangenten sind parallel. Die Polare ist also die unendlich ferne Gerade – wie wir es zuvor schon angenommen hatten (Abb. 44). Die gesamte durch den Kreis gestiftete Beziehung von Punktfeld und Geradenfeld bezeichnet man als die Polarität am Kreis.



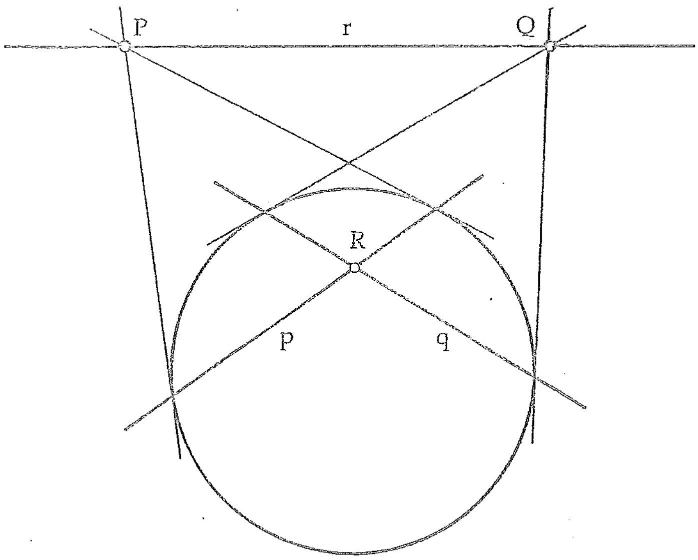
44

Um uns in die beschriebene Beziehung noch stärker einleben zu können, verbinden wir sie mit den elementaren Bewegungen: Wir denken uns aus dem Mittelpunkt eines festen Grundkreises Punkte kreisförmig quellend. Zu jedem Punkt denken wir die zugehörigen Polare. Es ergeben sich zwei Gegenströmungen: Von innen dehnt sich ein kreisförmiger Kern, von außen umschließt, immer enger werdend, eine Hülle den Kreis. Diese beiden Strömungen prallen in der Kreislinie aufeinander. Sieht man, was mathematisch voll berechtigt ist, diese Strömungen als das Primäre an, so entsteht die Linie aus ihrem Zusammenprall gleichsam als «Brandungslinie» (Abb. 45).



45

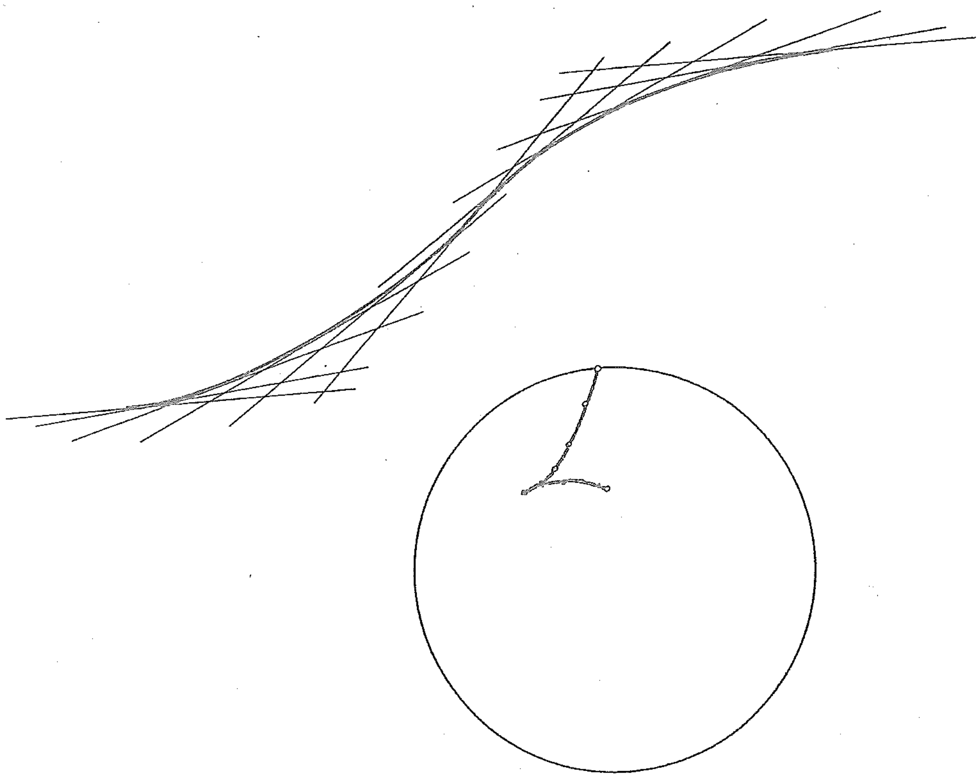
Die Polarität am Kreis vermittelt nun auch alle die polaren Beziehungen, die wir als der innersten Struktur der Geometrie angehörig im zweiten und dritten Abschnitt angedeutet haben. *Verbinden* wir z. B. zwei *Punkte* P und Q durch die *Gerade* r, so *schneiden* sich die polaren *Geraden* p und q im *Pol* R (Abb. 46) usf.



46

Waren also zunächst die polaren Entsprechungen sehr allgemeiner Art, so wird jetzt durch die Kreisform einer Figur eine eindeutig bestimmte zweite Figur mit den polaren Eigenschaften zugeordnet!

Denken wir uns beispielsweise außen ein Kurvenstück mit einer Wendestelle gegeben, so hat die durch die Polarität am Kreis erzeugte innere Form eine Dornspitze (Abb. 47).



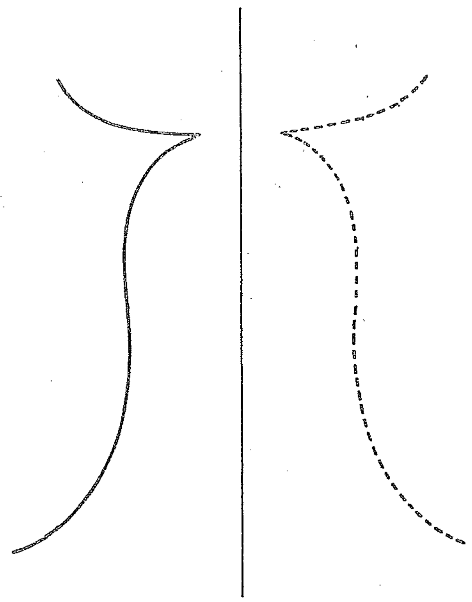
47

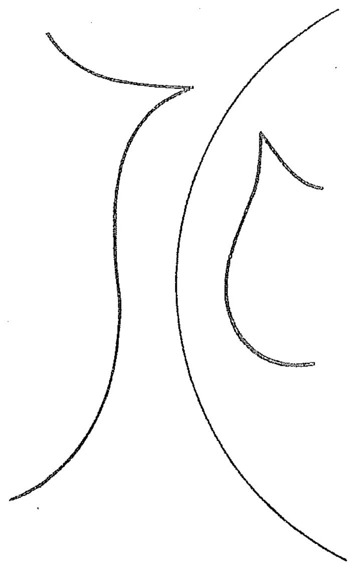
Die Spiegelung am Kreis

Es wurde oben gesagt (S. 186), daß die Kreisform in dreifacher Weise zwischen dem Inneren und Äußeren vermittelt. Wir wollen nun die Beziehung betrachten, die sie zwischen dem Punktinneren und Punktäußeren bzw. Strahleninneren und Strahlenäußeren herstellt.

Zunächst wollen wir wieder versuchen, das Empfinden für die in Betracht kommenden Gesetzmäßigkeiten zu prüfen. Wir betrachten zuerst die Beziehung im Punktfeld. Dazu gehen wir von der gewöhnlichen Geradensymmetrie aus. Als Übung ergänze man eine Figur wie etwa Figur 48 durch einen symmetrischen Teil.

48

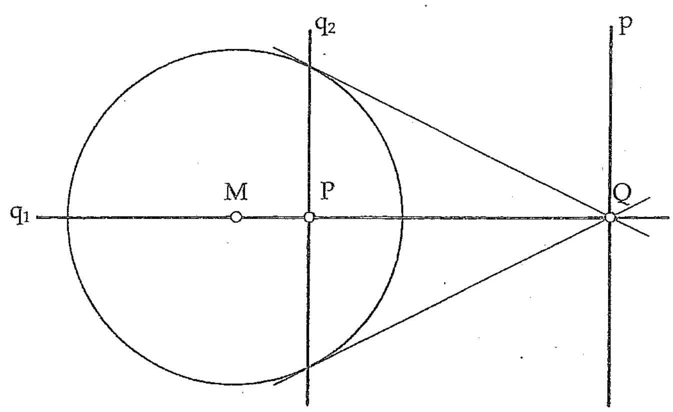




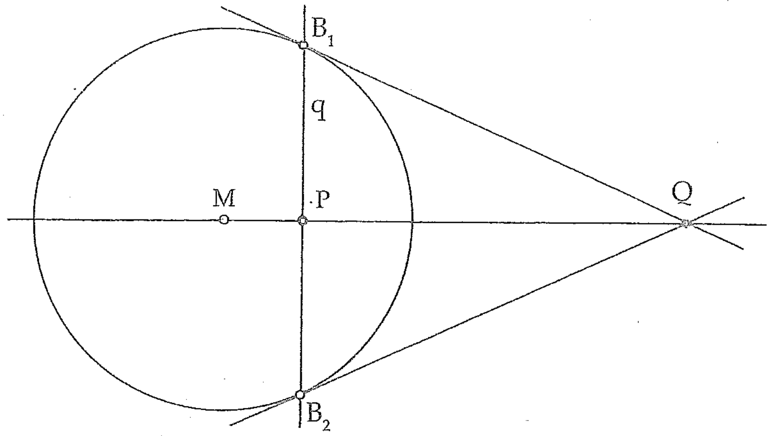
49

Wie wäre nun der rechts gelegene Teil zu verändern, wenn die Symmetriegerade zum Kreis (Abb. 49) gekrümmt würde? Abb. 50 gibt die Antwort durch eine sachgemäß abgeänderte Konstruktion. Diese Konstruktion und die entsprechende im Strahlenfeld läßt sich in folgender Weise gewinnen: Unter den Strahlen durch den Punkt P in Abb. 42 gibt es zwei besondere Fälle:

50

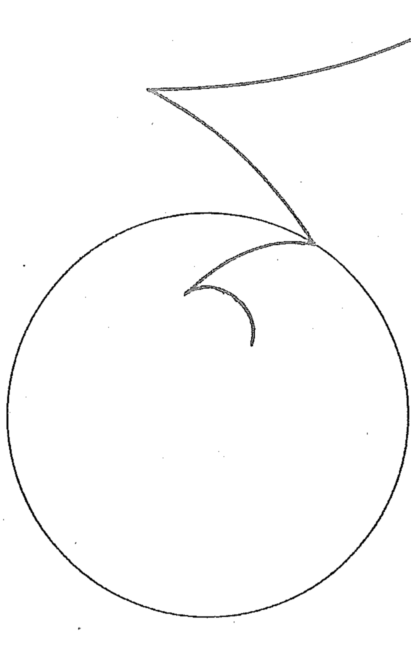


1. q_1 geht durch den Mittelpunkt M des Kreises. 2. q_2 steht senkrecht dazu. – Im ersten Fall trifft q_1 die Polare p in dem Fußpunkt des Lotes von P auf seine Polare. Im zweiten Fall sind p und q_2 parallel. Diese beiden Sonderfälle, die eng mit der Abstandsbestimmung (der Mittelpunkt ist über eine Abstandsbestimmung festgelegt) und dem rechten Winkel zusammenhängen, erlauben nun die Punkt-Punkt-Beziehung (Punktinneres und Punktäußeres) und die Geraden-Geraden-Beziehung (Strahleninneres und Strahlenäußeres) zu erklären. In der durch die Kreisform erzeugten Beziehung innerhalb des Punktfeldes ordnen wir einen inneren Punkt P dem äußeren Punkt Q zu, der einerseits auf der Geraden PM, andererseits auf der Tangente in den Punkten B_1, B_2, in denen q den Kreis schneidet, liegt (Abb. 51).



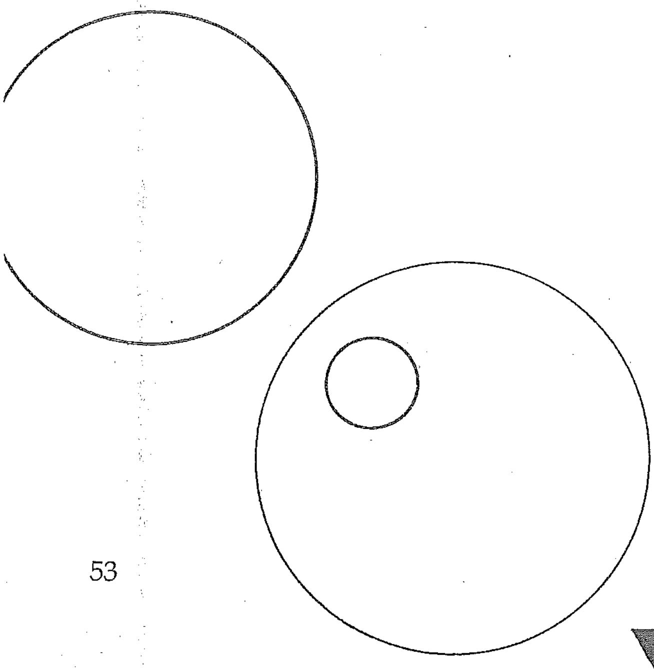
51

Umgekehrt kann man ebenso leicht aus Q im Äußeren P im Inneren konstruieren. – Da diese Beziehung eng mit der Pol-Polare-Beziehung zusammenhängt, ist hier manches ähnlich dem schon Besprochenen. Rückt P von innen gegen den Rand, so Q von außen. Nähert sich P dem Mittelpunkt M, entfernt sich Q über alle endlichen Maße. Das darf aber nicht zu der Meinung führen, diese Punkt-Punkt-Beziehung erzeuge zu einer gegebenen Figur dieselbe wie die Pol-Polare-Beziehung. Als Beispiel betrachten wir eine Spitze im Inneren und die entsprechende äußere Form (Abb. 52). Wie anders ist die Entsprechung als etwa bei der Figur 47!

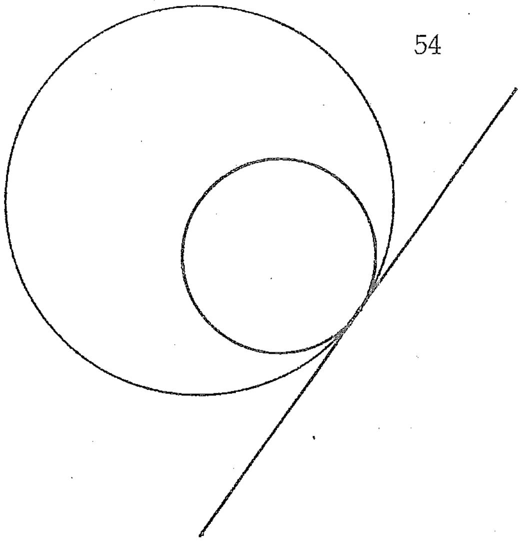


52

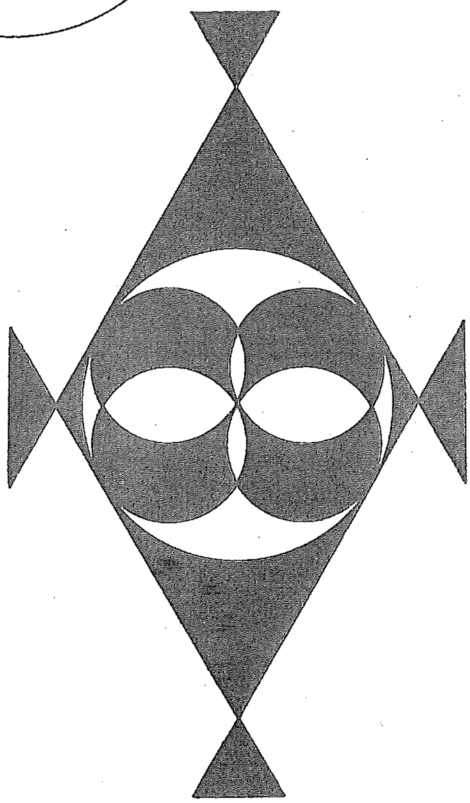
Es kann hier keine Rede davon sein, daß etwa polare Eigenschaften aufträten. Um mit dieser Punkt-Spiegelung am Kreis einigermaßen vertraut zu werden, führe man eine Reihe von Abbildungen innerer Figuren nach außen und umgekehrt durch. Die wichtigste geometrische Eigenschaft ist zunächst die, daß Kreise wieder in Kreisen abgebildet werden (Abb. 53). Was entspricht aber einer Geradenform? Jede Gerade verläuft durch das Unendliche. Also muß die «Gegenform» durch den Mittelpunkt M laufen. Liegt die Gerade ganz im Äußeren, so muß die innere Form ganz im Kreis liegen. Man erhält als Bild einen Kreis durch M, wie in Abb. 54 dargestellt. (Ausnahmen sind die Geraden durch M. Ihre Bilder sind wieder Geraden.) Die folgenden Abbildungen geben die Bilder einiger interessanter Figuren an (Abb. 55 und 56 sind außen bis ins Unendliche fortzusetzen. Dabei entsprechen weiße Felder außen schwarzen Feldern innen und umgekehrt):



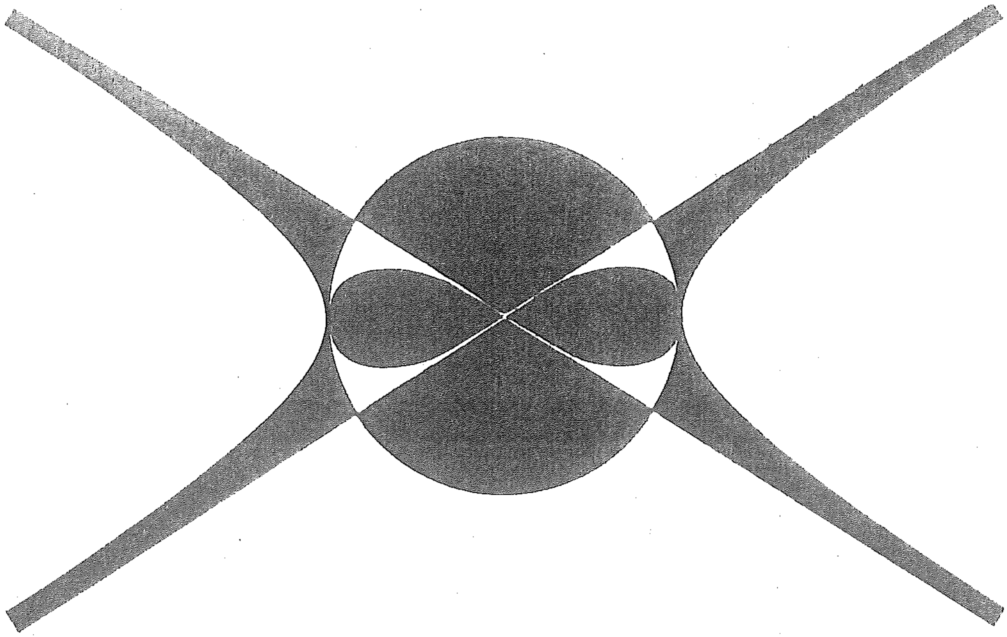
53



54



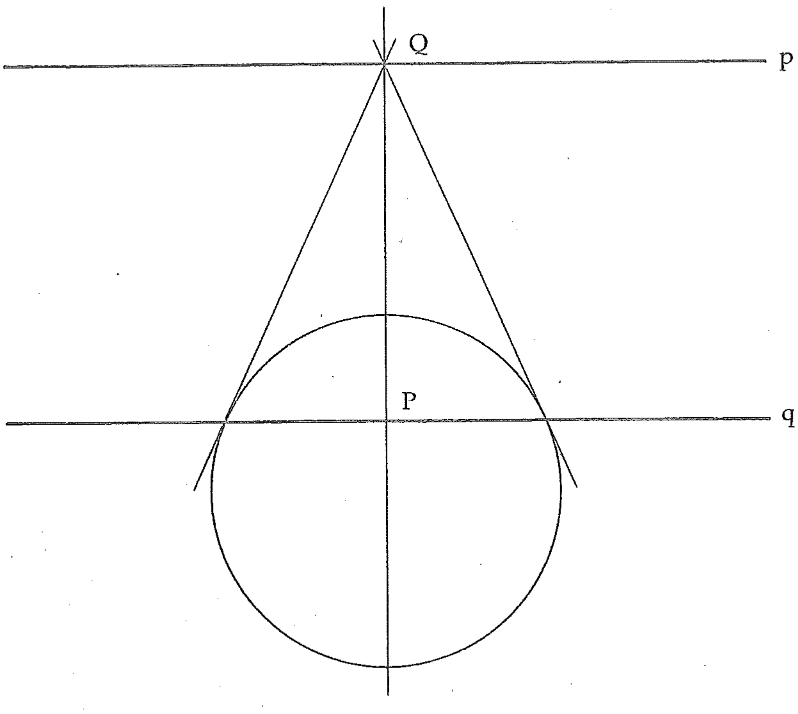
55



56

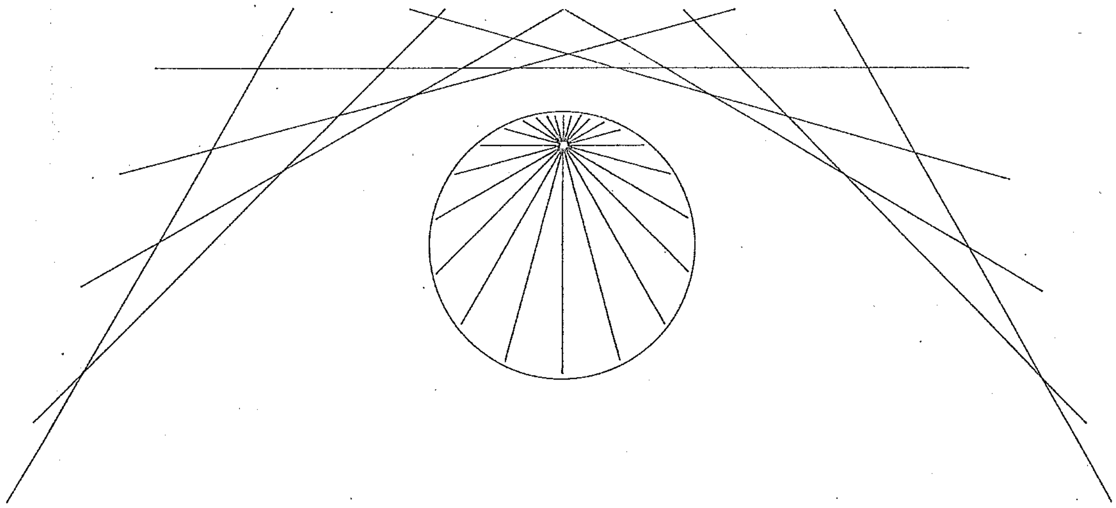
Man mache sich nochmals bewußt, daß hier der gesamte Außenraum (bis zu den Sternen!) sich in dem Kreisinneren spiegelt und jedes Innere sein Entsprechendes in der Raumesweite hat.[6]

Die Konstruktion der durch den Kreis vermittelten Geraden-Geraden-Beziehung ist der Abb. 57 zu entnehmen.



57

Der Geraden p ist die Gerade q zugeordnet, die durch den Pol P von p geht und parallel zu p ist. Auch hier erhält man natürlich in den zugeordneten Figuren nicht die Pol-Polaren-Beziehung. Dreht sich beispielsweise q um einen Punkt P, so umhüllen die entsprechenden Strahlen eine Parabel (Abb. 58).



58

Mit diesen Betrachtungen wollen wir die Erarbeitung der geometrischen Grundlagen für das Formenzeichnen abschließen.

Wie zu Beginn betont wurde, kann die Geometrie selbst den Lehrgang für das Formenzeichnen nicht bestimmen. Dies muß aus einem künstlerisch-pädagogischen Empfinden hervorgehen. Besinnt der Lehrer sich auf die Ursprungskräfte der Mathematik, wie sie in der Kindheit leibgestaltend und zugleich geistig-moralisch wirken, so kann er zu diesem – ganz objektiven – Empfinden gelangen. Für den Erwachsenen ist das bewußte Ergreifen der geometrischen Gesetze eine mögliche Wegleitung zur Ausdifferenzierung des Formfühlens. Das Polaritätsgesetz der ebenen Geometrie, Mitte und Umkreis, die Elemente einer Kurve, Kern und Hülle, das Verhältnis von Innerem und Äußerem am Kreis u. a. m. sind Elemente, die das Bewußtsein für die Sprache der Formen und ihre Beziehungen zur Umgebung wachrufen können.

Es wurde hier nur eine Skizze der geometrischen Grundlagen für das Formenzeichnen gegeben. Wichtiges findet man ausführlicher in den Büchern von Louis Locher-Ernst: «Raum und Gegenraum», Dornach 1970, und «Einführung in die freie Geometrie ebener Kurven», Basel 1952.

17 R. Steiner, 16.9.20, GA 302 a.
18 R. Steiner, Konferenz vom 14.6.20: «Über das Zeichnen mit den Füßen».

zu: Dynamisches Zeichnen in der Heilpädagogik

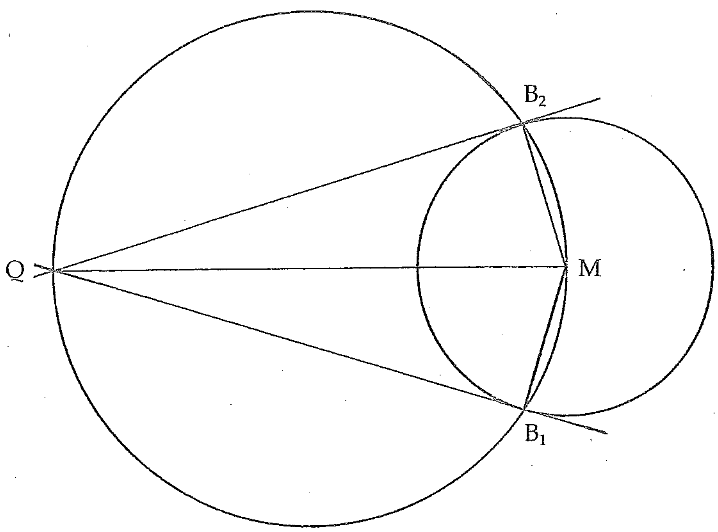
1 GA 317
2 Alle auf den Seiten 107–111 eingefügten Kinderzeichnungen stammen aus Hermann Kirchners Buch «Die Bewegungshieroglyphe als Spiegel von Krankheitsbildern», Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart 1978.
3 Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart 1962, 2. Aufl.

zu: Dynamisches Zeichnen in Normalklassen

1 Siehe das Kapitel «Rudolf Steiners Lehrplanangaben für das Formenzeichnen ...»
2 Hagen Biesantz: «Geistige Quellen der Formgestaltung» in Roggenkamp/Gerbert: «Bewegung und Form in der Graphik Rudolf Steiners.» Stuttgart 1979. S. 11.
3 Vortrag gehalten aus Anlaß einer Bilderausstellung im Kunstverein zu Jena am 26. Januar 1924. – Erstmals erschienen unter dem Titel «Paul Klee über die moderne Kunst», Benteli-Verlag, Bern.
4 Die im folgenden dargestellte «Freihandgeometrie» wurde in Klassen entwickelt, die in den ersten Schuljahren keinen Unterricht in Formenzeichnen hatten. Durch sie wurde etwas von dem nachgeholt, was an einer voll ausgebauten Waldorfschule (Rudolf-Steiner-Schule) von den Kindern in früheren Jahren in reichem Maße geübt wurde.

zu: Geometrische und menschenkundliche Grundlagen für das Formenzeichnen

1 Übersetzt von Max Caspar, Ausgabe Augsburg 1923, S. 45.
2 durchgeführt an Bielefelder Grundschulen von dem Verfasser.
3 Vgl. L. Locher-Ernst, «Raum und Gegenraum», S. 89 ff.
4 Eine Gerade entsteht bei allen Kegelschnitten und charakterisiert sie sogar.
5 Für Leser, die die Zeichnungen mit Zirkel und Lineal durchführen wollen, sei an die Konstruktion der Kreistangente erinnert: Von Q aus sollen die Tangenten an den Kreis gelegt werden: Zeichne den Kreis mit dem Durchmesser MQ. Wo dieser den ursprünglichen Kreis schneidet, liegen die Berührungspunkte der Tangenten. Nach dem Thales-Satz sind die Dreiecke MB_1Q und MB_2Q rechtwinklig. Radius und Tangente stehen beim Kreis senkrecht aufeinander (siehe Abb.).



6 Liegt ein Punkt nach den heutigen Vorstellungen um 1 Atomdurchmesser ($2{,}5 \cdot 10^{-10}$ m) vom Mittelpunkt entfernt, so ist bei einem Kreis mit dem Radius 10 cm der entsprechende äußere Punkt 40 000 km vom Mittelpunkt entfernt; bei 2 Atomdurchmessern 20 000 km.