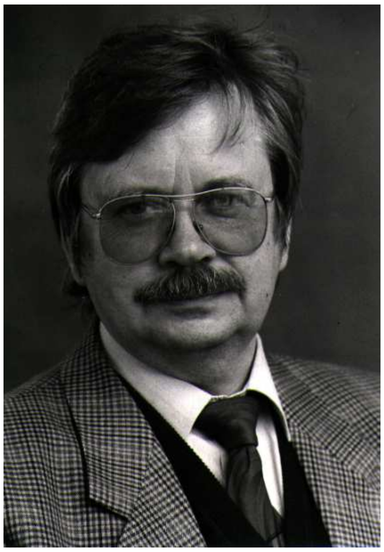
Prof. Dr. Jochen Brüning



Wissenschaftlicher Werdegang

1966-1969	Studium der Mathematik und Physik
1972	Promotion (Dr. rer. nat.) in Mathematik
1977	Habilitation
1969-1978	wissenschaftlicher Assistent bzw. Dozent, alles an der Philipps-Universität Marburg
1978-1979	Professor (C2) an der Ludwig-Maximilians-Universität München
1979-1983	Professor (C3) an der Universität-Gesamthochschule Duisburg
1983-1995	Professor (C4) an der Universität Augsburg
seit 1995	Professor (C4) für Mathematik/Analysis an der Humboldt-Universität zu Berlin

Wichtige Forschungsaufenthalte

1982	Gastprofessor an der Northeastern University
1984-1985	Gastprofessor am MIT
1990	Gastprofessor an der Universität Nagoya
1991	Gastprofessor an der Ohio State University
1991	Gastprofessor an der Université Paris 13
mehrfach	Gastforscher am SFB 72 Bonn
mehrfach	Gastforscher am MPI für Mathematik, Bonn
mehrfach	Gastforscher am Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bures sur Yvette
1992	Gastforscher am Institute for Advanced Studies, Princeton

Herausgebertätigkeit

Mitherausgeber der Zeitschriften Analysis, Mathematische Nachrichten, Southeast Asian Mathematical Bulletin und der Buchreihen Teubner-Texte Mathematik, Mathematics Past and Present (Springer)

Eines der zentralen Motive der Geometrischen Analysis ist die Untersuchung der "geometrischen Differentialoperatoren" und ihrer Beziehungen zur Geometrie des untersuchten Raumes. Dabei bestehen enge Beziehungen zwischen den analytischen Eigenschaften der Operatoren (insbesondere spektrale Invarianten) und (topologischen oder geometrischen) Invarianten des zugrundeliegenden Raumes (Bettizahlen, Kohomologie). Im Falle kompakter Mannigfaltigkeiten ist dieses Wechselspiel wohlverstanden. Für Räume, die gewisse Singularitäten aufweisen, treten neue Phänomene und Schwierigkeiten auf. U.a.

sind gewisse Operatoreigenschaften (Fredholmeigenschaft, Diskretheit), die im kompakten Fall gelten, nun keineswegs evident. Dabei kann es sich sowohl um unvollständige wie vollständige Räume handeln, im letzteren Fall liefern die Schrödinger–Operatoren eine wichtige Beispielklasse.

Mit den Projekten der Arbeitsgruppe "Geometrische Analysis und Spektraltheorie" soll zur Untersuchung geometrischer Differentialoperatoren auf singulären Räumen ein Beitrag geleistet werden. Wichtigste Ziele sind die Entwicklung von Fredholm– und Diskretheitskriterien sowie die Herleitung von Indexsätzen und asymptotischen Entwicklungen für Resolventen- bzw. Wärmeleitungskerne.

Dabei ist die Spektraltheorie in vielfacher Hinsicht entscheidend nicht nur für die Lösungstechnik, sondern auch für die Struktur der zu erwartenden Antwort. Schließlich sind die meisten der neueren Invarianten (η–Invariante, analytische Torsion etc.) mittels geeigneter Spektralgrößen definiert.

Im Rahmen dieses großen Forschungsthemas, das die Arbeitsgruppe seit mehreren Jahren beschäftigt und auch in der Zukunft noch für einige Zeit beschäftigen wird, wurdedie im folgenden vorgestellten Projekte bearbeitet.

Projekt 1: **Allgemeine Methoden zur Spektraltheorie singulärer Räume und ihrer spezifischen Invarianten**

Beteiligte Wissenschaftler: Priv.-Doz. Dr. Matthias Lesch, Dr. Markus Pflaum

Im vorliegendem Projekt 1 sollen mit funktionalanalytischen Methoden möglichst allgemeine und flexible Modelle für die Spektraltheorie singulärer Räume entwickelt werden. Der Ausgangspunkt für diese Theorie ist die Untersuchung [1], die eine zwar sehr weit gefaßte, aber doch in vielen Fällen äußerst nützliche Grundlage für die angestrebten Untersuchungen legt. Wir haben an zahlreichen Beispielen zeigen können, daß die gewählten Begriffsbildungen fruchtbar sind und die Untersuchungen auf die richtigen Fährten führen, vergleiche dazu [2,3]. Zu diesem Themenkreis gehört auch die Untersuchung der auftretenden neuartigen Spektralinvarianten, vor allen Dingen der Eta-Funktionen und der aus ihnen entwickelten Invarianten, wie analytische Torsion bzw. allgemeiner Determinantenfunktionen; vgl. dazu die Arbeit [5].

Publikationen

[1] Brüning, J.; Lesch, M.: Hilbert complexes. J. Funct. Anal. 108 (1992), 88–132.

[2] Brüning, J.; Lesch, M.: The spectral rigidity of curve singularities. C. R. Acad. Sci. Paris 319 (1994), 181–185.

[3] Brüning, J.; Lesch, M.: On the spectral geometry of algebraic curves. J. Reine Angew. Math. 474 (1996), 25–66

[4] Lesch, M.: Deficiency indices for symmetric Dirac operators on manifolds with conical singularities. Topology 32 (1993), 611–623.

[5] Lesch, M.: Determinants of regular singular Sturm–Liouville operators. Erscheint in: Math. Nachr.

[6] Brüning, J.; Lesch, M.: On the η-invariant of certain non-local boundary value problems. Erscheint in: Duke Math. J.

Projekt 2: **Spektraltheorie stratifizierter Räume mit kegelartigen oder hornartigen Metriken**

Kooperationspartner: Prof. Dr. R. Seeley (Boston), Prof. Dr. H. Moscovici (Columbus)

Dieses Projekt setzt Untersuchungen fort, die vor mehr als 10 Jahren gemeinsam mit R. Seeley begonnen wurden und in Zusammenarbeit mit ihm auch weiter fortgesetzt werden sollen. Der einfachste hier zu betrachtende Fall sind Mannigfaltigkeiten mit kegelartigen Singularitäten oder metrischen Hörnern. Während die Theorie der einfachen Kegel nach den bahnbrechenden Arbeiten von Cheeger gemeinsam mit Seeley weit ausgebaut wurde [1], [4], konnten wir für lange Zeit nicht zu befriedigenden Indexformeln kommen in dem Fall, daß die kegelartigen Singularitäten ein höherdimensionales kompaktes Stratum bilden. Diese Untersuchungen sind aber mittlerweile sehr weit gediehen und stehen kurz vor dem Abschluß. Eine kürzlich gemachte Entdeckung im Fall der metrischen Hörner [5] könnte die anstehenden Untersuchungen ganz erheblich vereinfachen. Ein weiteres wichtiges Thema ist die Ausdehnung unserer Methoden auf den Fall von Pseudomannigfaltigkeiten mit geeigneten Quasiisometrieklassen von Metriken [2], [3]; dieses Problem wird gemeinsam mit H. Moscovici bearbeitet.

Publikationen

[1] Brüning, J.: On L^2–index theorems for complete manifolds of rank–one type. Duke Math. J. 66 (1992), 257–309.

[2] Brüning, J.: The local index theorem without smoothness. In: Partial Diffential Equations and Mathematic Physics. The Danish-Swedish Analysis Seminar, 1995. Lars Hoermander, Anders Melin (eds.). Boston: Birkhäuser, 1996, 58-91.

[3] Brüning, J.; Moscovici, H.: L^2–index for certain Dirac–Schrödinger operators. Duke Math. J. 66 (1992), 311–336.

[4] Brüning, J.; Seeley, R.: The expansion of the resolvent near a singular stratum of conical type. J. Funct. Anal. 95 (1991), 255–290.

[5] Brüning, J.: The signature theorem for manifolds with metric horns. Tagungsbericht "Equations aux derivées partielles", St. Jean de Monts, Juni 1996.

Projekt 3: **Eichinvariante elliptische Differentialoperatoren**

Beteiligte Wissenschaftler: Dipl.-Phys. Michael Gruber

Kooperationspartner: Prof. Dr. T. Sunada (Sendai), Prof. Dr. R. Seiler (TU Berlin), Prof. Dr. S. Dobrokhotov (Moskau), Prof. Dr. V. Geyler (Saransk)

Diese Untersuchungen verallgemeinern die Spektraltheorie des Schrödingeroperators mit periodischem elektrischem Potential auf den Fall von periodischen Magnetfeldern. In diesem Fall weist der Operator keine Vertauschbarkeit mehr mit einer üblichen Gruppenaktion auf, sondern nur noch mit einer projektiven; wir sprechen dann von eichinvarianten elliptischen Differentialoperatoren. In den Arbeiten [1,2] wurde gezeigt, daß das Spektrum als Menge sich verhält wie vom periodischen Schrödingeroperator her bekannt, wenn eine mit der Gruppe natürlich verbundene C^*-Algebra die sogenannte KADISON–Eigenschaft besitzt. Wir untersuchen derzeit Erweiterungen des Begriffes der Eichinvarianz sowie die Frage, ob nach Verletzung dieser Bedingung generisch (d.h. für eine offene und dichte Menge von Potentialen) das Spektrum eine Cantormenge ist. Diese Frage ist von großer physikalischer Relevanz (Quantenchaos), und sie wird intensiv von vielen Mathematikern und Physikern untersucht. Eine gute Zusammenstellung aller wichtigen Modelle, in denen derartige Spektraluntersuchungen eine Rolle spielen, liefert die Diplomarbeit von Michael Gruber.

Publikationen

[1] Brüning, J.; Sunada, T.: On the spectrum of periodic elliptic operators. Nagoya Math. J. 126 (1992), 159-171.

[2] Brüning, J.; Sunada, T.: On the spectrum of gauge-periodic elliptic operators. Astérisque 210 (1992), 65-74.

Drittmittel: Die Arbeitsgruppe wird gefördert durch den SFB 288 und das HCM-Forschungsnetz "Global analysis, differential geometry and applications" (Koordinator J. Brüning). Außerdem kooperiert die Gruppe mit Analytikern aus den GUS-Staaten im Rahmen der Volkswagen-Stiftung (stellvertr. Koodinator J. Brüning).