

1 Extraaufgabe zur fraktionalen Brownschen Bewegung

Das Programm simuliert die fraktionale Brownsche Bewegung (fBm) mit verschiedenen Hurst-Parametern. Für $H = 0,5$ ergibt sich die normale Brownsche Bewegung. Die obere Zeile der Plots ist analog zur Aufgabe 3 des Blocks 2. Dabei wurde die a-priori-Verteilung und die Kovarianzmatrix an die fBm angepasst. Für die zweite Zeile habe ich das Verfahren zur Simulation fraktioneller brownischer Bewegungen von Davies und Harte implementiert.

Das Programm kann mit `./fBm.py` oder `python3 fBm.py` von der Kommandozeile gestartet werden.

1.1 Beispiel mit 2000 Auswertungspunkten

Gesamtrechenzeit: 2.5608930587768555

Rechenzeit fuer Teil 1: 2.536555290222168

Rechenzeit fuer Teil 2: 0.0243377685546875

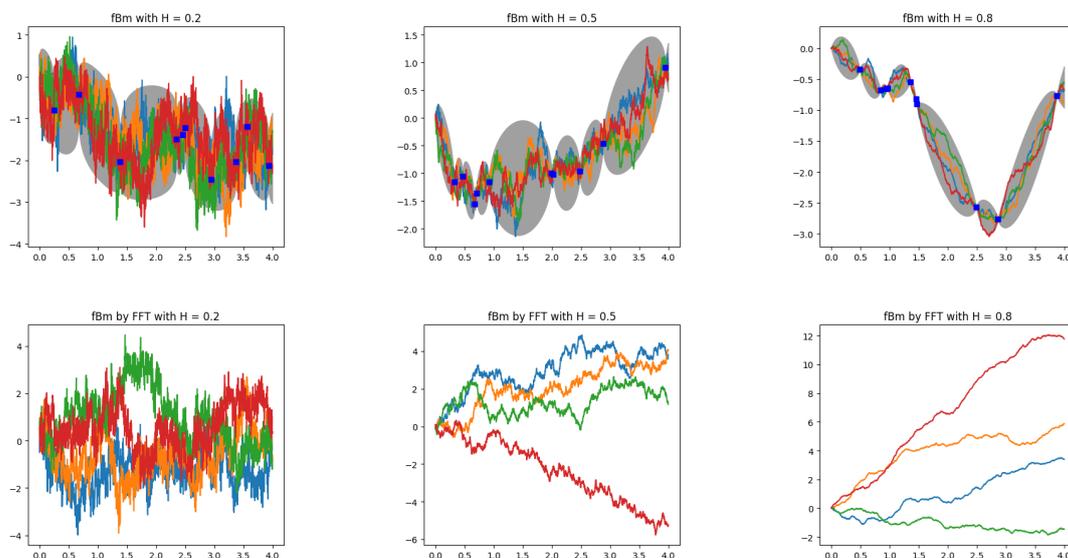


Abbildung 1: 2000 Auswertungspunkte

1.2 Beispiel mit 5000 Auswertungspunkten

Gesamtrechenzeit: 17.272913932800293

Rechenzeit fuer Teil 1: 17.199975728988647

Rechenzeit fuer Teil 2: 0.07293820381164551

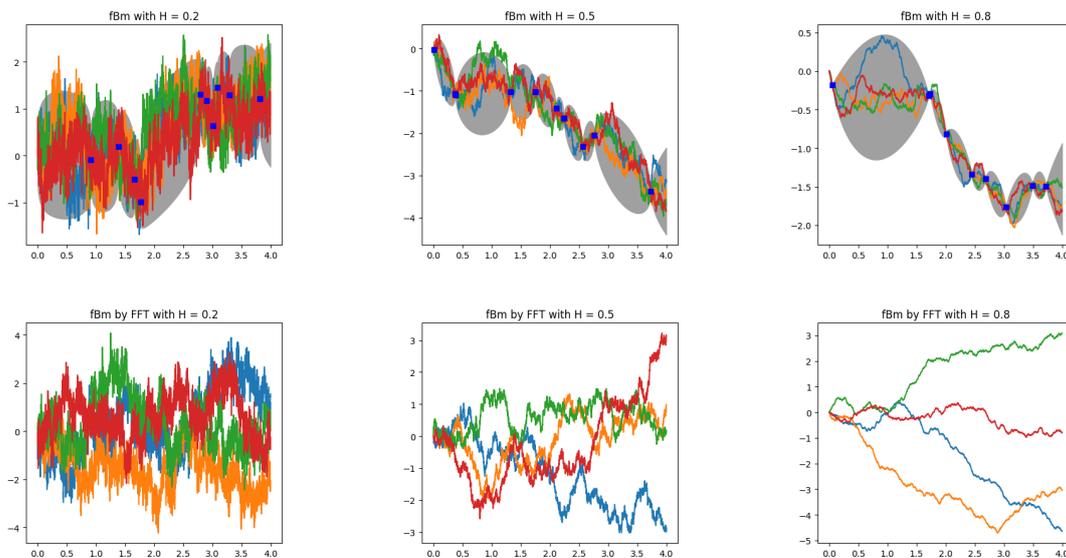


Abbildung 2: 5000 Auswertungspunkte

1.3 Auswertung

Es ist zu erkennen, dass die fraktionale Brownsche Bewegung bei einem höheren Hurst-Parameter ruhiger bzw. glatter verläuft. Dies resultiert darin, dass für die fBm zu gegebenen Trainingspunkten die empirische Standardabweichung umso kleiner wird, desto höher der Hurst-Parameter ist.

Wenn man die Simulationmethoden vergleicht, so fällt auf, dass die Methode von Davies und Harte sowohl für 2000 als auch 5000 Auswertungspunkte schneller ist. Zudem scheint die Laufzeit im Verhältnis zur Punktzahl weniger stark anzusteigen. Dies deutet darauf hin, dass die Simulationmethoden in verschiedenen Komplexitätsklassen liegen.

2 Quellen

Dieker, A. B. & Mandjes, M. (2003), *On spectral simulation of fractional Brownian motion*, Amsterdam