**Humboldt-Universität zu Berlin**
**Institut für Mathematik**
Prof. A. Griewank PhD.; Dipl.Math. T. Bosse; Dipl.Math. F. Lapp;
Dipl.Math. N. Perkowski; Dipl.Math. C. Stadmüller

# Übungsaufgaben zur Vorlesung
# Analysis II (S 2013)
# Serie 10

Abgabe bis 01.07.2013 (vor der Vorlesung)

---

**Aufgabe 10.1:** (4 Punkte)

Benutzen Sie die vereinfachte Newton Methode um eine Lösung des Gleichungssystems

$$F(x,y,z) = \begin{pmatrix} 16x^3 + 16y^3 + 2z^2 + 8 \\ 6x^2 + 4y^2 + 4y - 6 \\ 9x^4 + 3y^2 - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

zu bestimmen. Führen Sie dazu die ersten 3 Schritte des vereinfachten Newton-Verfahrens durch, ausgehend von dem Punkt $(x,y,z) = (-1,0,+1)$.

**Aufgabe 10.2:** (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $F$ aus der vorherigen Aufgabe an dem Punkt $F(-1,0,1) = (-6,0,0)$ lokal umkehrbar ist und bestimmen Sie dort die Ableitung der Umkehrfunktion $F^{-1}$ von $F$.

**Aufgabe 10.3:** (4 Punkte)

Untersuchen Sie für jede Variable, ob die Lösung der Gleichung $x^2 - 4x + 2y^2 - yz = 1$ in geschlossener Form als differenzierbare Funktionen der anderen beiden Variablen in der Nähe des Punktes $(2,-1,3)$ dargestellt werden können. Benutzen Sie hierfür das Implizite Funktionen Theorem und berechnen Sie die Ableitungen der expliziten Lösungen. Vergleichen Sie die Ergebnisse.

**Aufgabe 10.4:** (4 Punkte)

Betrachten Sie die Gleichungen $xy + 2yz - 3xz = 0$ und $xyz + x - y = 1$.

1. Zeigen Sie, dass Lösungen $y^* = y^*(x)$ und $z^* = z^*(x)$ bei $(x,y,z) = (1,1,1)$ existieren, welche von $x$ abhängen und die Gleichungen erfüllen. Bestimmen Sie die Ableitungen $dy/dx$ und $dz/dx$ in Abhängigkeit von $(x,y,z)$.

2. Können die gegebenen Gleichungen an $(1,1,1)$ durch Funktionen $x^* = x^*(z)$ und $y^* = y^*(z)$ gelöst werden, welche von $z$ abhängen? Wie verhält es sich mit Funktionen $x^* = x^*(y)$ und $z^* = z^*(y)$ in Abhängigkeit von $y$?