Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. A.Griewank Ph.D., Dipl.Math. T.Bosse, Dipl.Math. F.Lapp,
Dipl.Math. N.Perkowski, Dipl.Math. C.Stadtmüller

Übungsaufgaben zur Vorlesung ANALYSIS II (S13) Serie 2

Abgabe bis 29.04.2013 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 2.1: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass das Produkt $\psi \cdot \phi$ zweier Treppenfunktionen $\psi, \phi \in T[a, b]$ wieder eine Treppenfunktion über dem Intervall $[a, b]$ ist.

Aufgabe 2.2: (4 Punkte)

Berechnen Sie mittels der Riemannschen Ober- und Untersummen bzw. einer geeigneten Riemannschen Summenfolge das Integral

$$\int_a^b \frac{1}{x^2}\left(1 + x^4\right)\, dx$$

für feste Grenzen $a, b \in \mathbb{R}$ mit $0 < a < b$.

Aufgabe 2.3: (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Integral jedes Polynoms der Form $P(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i x^{2i-1}$ mit $p_1, \ldots, p_n \in \mathbb{R}$ über dem Intervall $[-a, a] \subset \mathbb{R}$ null ist, d.h. für alle $a \in \mathbb{R}$ mit $a \geq 0$ gilt

$$\int_{-a}^{+a} P(x)dx = 0.$$

Aufgabe 2.4: (4 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

> Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, so dass deren uneigentliches Riemann-Integral über dem Intervall $[1, \infty]$ existiert und endlich ist, d.h.
>
> $$\left| \int_1^\infty f(x)dx \right| < \infty.$$
>
> Dann ist f eine beschränkte Funktion.