



Übungsaufgaben zur Vorlesung  
ANALYSIS II (S13)  
Serie 4

Abgabe bis 13.05.2013 (vor der Vorlesung)

---

**Aufgabe 4.1:** (4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale mittels der Substitutionsformel

$$\int x(x^2 - 1)^{99} dx \quad \text{und} \quad \int \frac{x + 3}{(x^2 + 6x)^2} dx.$$

**Aufgabe 4.2:** (4 Punkte)

Bestimmen Sie das Integral

$$\int \frac{4x^2 - 3x + 2}{4x^2 - 4x + 3} dx.$$

*Hinweis: Sie dürfen benutzen, dass*

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) + C \text{ gilt.}$$

**Aufgabe 4.3:** (4 Punkte)

Bestimmen Sie das Integral

$$\int \frac{x^4 - 2x^2 + 4x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx.$$

**Aufgabe 4.4:** (4 Punkte)

Sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Regelfunktion. Zeigen Sie, dass sich das Riemann-Integral von  $f$  mittels der Trapezregel auswerten lässt:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{2n} \left[ f(a) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f \left( a + k \frac{b-a}{n} \right) + f(b) \right].$$

Motivieren Sie anhand einer kleinen Zeichnung den Namen der Trapezregel.