



Übungsaufgaben zur Vorlesung
ANALYSIS I (WS 12/13)
Serie 1

Abgabe bis 29.10.2012

Aufgabe 1.1: (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden zwei Rätsel¹. Begründen Sie die beiden Antworten in jeweils maximal **6 Sätzen**. Die gesamte Lösung muss bei normaler Schriftgröße auf **eine DIN A4** Seite passen.

Der Planet Og wird von zwei verschiedenen Rassen bewohnt - dem grünen und dem roten Volk. Des Weiteren sind die Leute, die auf der nördlichen Halbkugel geboren wurden von denen auf der südlichen Halbkugel sehr verschieden. Das Komische an dem Planeten ist, dass die grünen Nordler immer die Wahrheit sagen und die roten Nordler immer lügen, während die grünen Südländer lügen und die roten Südländer die Wahrheit sagen.

Rätsel 1: Zwei Bewohner von Og, A und B, hatten nicht dieselbe Hautfarbe und stammten von verschiedenen Halbkugeln. Sie machten folgende Aussagen:

A: 'B ist aus dem Norden.'

B: 'A ist rot.'

Welche Farbe haben A und B, und woher stammen sie?

Rätsel 2: Ein weiteres Duo zwei verschiedenfarbige Bewohner von Og, A und B, machten die folgenden Aussagen:

A: 'B ist ein Nordler.'

B: 'Wir sind beide Nordler.'

Was sind A und B?

¹Der Planet Og' von Raymond Smullyan : Satan, Cantor und die Unendlichkeit

Aufgabe 1.2: (4 Punkte)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ mit } n \geq 1 \text{ gilt } \sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Aufgabe 1.3: (4 Punkte)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ ist } \frac{2n}{3} + \frac{n^2}{4} - \frac{n^3}{6} + \frac{n^4}{4} \text{ eine ganze Zahl.}$$

Aufgabe 1.4: (4 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:

$$(i) \sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! + 1 \text{ für alle } n \in \mathbb{N}, \quad (ii) \sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1 \text{ für alle } n \in \mathbb{N}/$$

Zeigen Sie, dass sich auch bei der falschen Aussage der Schluss von n auf $n+1$ durchführen lässt. Begründen Sie, warum die Aussage dennoch falsch ist.

Hinweis: Die Abgabe erfolgt in Gruppen, dabei ist die Gruppengröße auf maximal 3 Personen beschränkt. Jede Aufgabe ist auf einem einzelnen Blatt am Anfang der Vorlesung abzugeben, auf welchem die Namen oder Immatrikulationsnummern der abgebenden Personen vermerkt sind.

Weitere Anforderungen an die Lösungen der Aufgaben sind:

LESBARKEIT, STRUKTUR, EXAKTHEIT, PRÄZISION.