



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für Informatiker (WS1314)
Serie 5

Abgabe bis 13.01.2014 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 5.1: (10 Punkte)

Gegeben sei die Punktwolke $M = \{(t_i, y_i)\} \in \mathbb{R}^2$ mit

k	1	2	3	4
t_k	-1	0	1	2
y_k	-2	0	2.5	3

Bestimmen Sie die entsprechenden Koeffizienten $x_i \in \mathbb{R}$ der Chebyshev Polynome

$$T_1(t) = 1, \quad T_2(t) = t, \quad T_3(t) = 2t^2 - 1, \quad T_4(t) = 4t^3 - 3t$$

so, dass der Fehler zwischen dem approximierenden Polynom $\mathcal{T}^q(t) = \sum_{i=1}^q x_i T_i(t)$ und den Daten

$$\sum_{k=1}^4 \left[\sum_{i=1}^q x_i T_i(t_k) - y_k \right]^2 = \left\| (\mathcal{T}^q(t_k) - y_k)_{k=1}^4 \right\|_2^2$$

für $q = 3$ und $q = 4$ minimal wird. Dokumentieren Sie alle wichtigen Zwischenschritte zur Lösung der beiden Probleme und visualisieren Sie ihre Resultate.

Aufgabe 5.2: (10 Punkte)

Formulieren Sie für das duale lineare Optimierungsproblem

$$\min_{y \in \mathbb{R}^5} y^\top b, \quad y^\top A = c^\top, \quad y \geq 0 \quad \text{mit}$$
$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \\ 14 \\ 13/2 \end{pmatrix}.$$

das entsprechende primale Optimierungsproblem. Bestimmen Sie für letzteres eine Lösung mittels einer Skizze und benutzen Sie diese um den optimalen Zielfunktionswert des dualen Problems zu ermitteln.

Aufgabe 5.3: (10 Punkte)

Lösen Sie das primale Problem der vorherigen Aufgabe mittels des Simplexalgorithmus ausgehend von dem Punkt $x = (0, 1)$. Geben Sie neben der Lösung alle nötigen Zwischenschritte an um diese zu erlangen.

Aufgabe 5.4: (Zusatzaufgabe: 10 Extra-Punkte)

Finden Sie den optimale Lösungsvektor y_* des dualen Problems aus Aufgabe 2.