

## Übungsaufgaben 2

# Komplexe Zahlen

**Aufgabe 1.** Man bestimme alle diejenigen komplexen Zahlen  $u \in \mathbb{C}$ , welche die Gleichung  $u^2 - (6, 4) \cdot u = (-5, -14)$  lösen! ⑥

**Aufgabe 2.** Man zeige mit Hilfe der Additionstheoreme, daß die beiden Beziehungen

$$\sum_{\ell=0}^n \cos 2\ell x \sin x = \sin(n+1)x \cos nx,$$
$$\sum_{\ell=0}^n \sin 2\ell x \sin x = \sin(n+1)x \sin nx$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  und  $x \in \mathbb{R}$  gelten! ⑧

**Aufgabe 3.** Sei die gebrochene rationale Abbildung  $g : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{0\}$  durch

$$g(v) = \frac{1}{v} \quad \text{für } v \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$$

definiert und eine Kreislinie  $S = \{v \in \mathbb{C} \mid |v - v_0|^2 = r^2\}$  mit dem Mittelpunkt  $v_0 \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  und dem Radius  $r \in ]0, |v_0|[$  vorgegeben. Man weise nach, daß das Bild  $g[S] = \{g(v) \in \mathbb{C} \mid v \in S\}$  von  $S$  eine Kreislinie  $K = \{w \in \mathbb{C} \mid |w - w_0|^2 = \rho^2\}$  mit dem Mittelpunkt  $w_0 \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  und dem Radius  $\rho \in ]0, |w_0|[$  ist, welche durch

$$w_0 = \frac{\bar{v}_0}{|v_0|^2 - r^2} \quad \text{und} \quad \rho = \frac{r}{|v_0|^2 - r^2}$$

gegeben sind! ⑥