

## Übungsaufgaben 9

# Kurvendiskussion

**Aufgabe 1.** Seien die Funktionen  $f : ]0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  und  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f(\xi) = \xi \ln(\xi) + (1 - \xi) \ln(1 - \xi) \quad \text{für } \xi \in ]0, 1[, \quad g(x) = \ln(1 + \exp(x)) \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

1. Man weise nach, daß  $\lim_{\xi \downarrow 0} f(\xi) = 0$  und  $\lim_{\xi \uparrow 1} f(\xi) = 0$  gilt!
2. Man zeige, daß die beiden Ableitungen  $Df : ]0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  und  $Dg : \mathbb{R} \rightarrow ]0, 1[$  streng monoton wachsende und zueinander inverse Funktionen sind! ⑥

**Aufgabe 2.** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $f(x) = (x^2 - 1)^3$  für  $x \in \mathbb{R}$  definiert.

1. Man bestimme alle Nullstellen und den Wertebereich von  $f$ !
2. Man finde alle lokalen Extrempunkte und Wendepunkte von  $f$ !
3. Auf welchen Intervallen ist  $f$  jeweils streng monoton, konvex bzw. konkav? ⑧

**Aufgabe 3.** Für welche Parameter  $t \in [0, 2\pi]$  hat der Punkt

$$g(t) = (a \cos t, b \sin t) \in \mathbb{C}$$

auf der Ellipse mit den Halbachsen  $a = 4$  und  $b = 8$  vom eingeschlossenen Punkt  $z = (0, 3) \in \mathbb{C}$  den größten bzw. kleinsten Abstand? ⑥