Dr. Batu Güneysu
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 309

Übungsblatt 2

Topologie I SS 2016

Abgabe: 9. Mai

Aufgabe 1 Sei J eine beliebige Indexmenge, und zu jedem $j \in J$ sei X_j ein topologischer Raum, sowie $A_j \subset X_j$ ein Teilraum (also selbst wieder ein topologischer Raum). Sei außerdem $\Pi_{j\in J} X_j$ mit der Produkttopologie ausgestattet. Dann stimmen die Produkttopologie auf $\Pi_{j\in J} A_j$ mit der Teilraumtopologie von $\Pi_{j\in J} A_j \subset \Pi_{j\in J} X_j$ überein.

Aufgabe 2 Sei X ein topologischer Raum, und $A \subset X$ eine beliebige Teilmenge. Zeigen Sie:
a) $\overline{A} = \mathring{A} \bigsqcup \partial A$ (disjunkte Vereinigung).
b) $\partial A = \emptyset \Leftrightarrow A$ ist offen und abgschlossen.
c) A ist offen $\Leftrightarrow \partial A = \overline{A} \setminus A$.

Aufgabe 3 a) Sei X ein topologischer Raum. Dann ist X Hausdorff, ganau dann wenn die Diagonale

$$\Delta_X := \{(x, x) : x \in X\} \subset X \times X$$

(Produkttopologie) abgeschlossen ist.
b) Sei J eine beliebige Indexmenge, und zu jedem $j \in J$ sei X_j ein topologischer Raum. Zeigen Sie: Genau dann ist $\Pi_{j\in J} X_j$ (Produkttopolgie) Hausdorff, wenn für jedes $j \in J$ der Raum X_j Hausdorff ist.