Dr. Batu Güneysu
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 309

Übungsblatt 5

Topologie I SS 2016

Abgabe: 30. Mai

Aufgabe 1 Sei X ein topologischer Raum, $Y \subset X$ ein Teilraum. Dann ist Y genau dann kompakt, wenn jede Überdeckung $\mathscr{A} \subset \mathscr{P}(X)$ von Y mit offenen Teilmengen von X ein endliches Mengensystem $\mathscr{A}' \subset \mathscr{A}$ enthält, welches immernoch eine Überdeckung von Y ist.

Aufgabe 2 Benutzen Sie "Alexander's Subbasen-Lemma" um einen möglichst kurzen Beweis der folgende Aussage zu geben: Jeder Teilraum der Art $[a, b] \subset \mathbb{R}$ mit $a < b$ aus $\mathbb{R}$ ist kompakt. Hierbei ist $\mathbb{R}$ mit seiner Standardtopologie versehen.

Aufgabe 3 a) Zeigen Sie: Ist (X, d) ein metrischer Raum, so ist jede totalbeschränkte Teilmenge von (X, d) automatisch beschränkt. Finden Sie ein Gegenbeispiel für die umgekehrte Aussage.
b) Zeigen Sie: Ist (X, d) ein metrischer Raum, $M \subset (X, d)$ totalbeschränkt, und $N \subset M$, so ist auch $N \subset (X, d)$ totalbeschränkt.