
Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 11

Elementargeometrie SS 2011

Abgabe: 6.7.2011

In den folgenden Aufgaben, in denen Konstruktionen gesucht sind, müssen Sie jeweils beweisen, dass die von Ihnen angegebene Konstruktion zu dem geometrischen Objekt führt, das die geforderten Eigenschaften besitzt. Diskutieren Sie jeweils Existenz und Eindeutigkeit.

Aufgabe 1.

(a) In der Ebene sei ein Punkt, eine Gerade und eine Strecke gegeben. Konstruieren Sie einen Kreis, dessen Radius kongruent zur Strecke ist, der durch den Punkt geht und tangential an die Gerade ist.

(b) Im Inneren eines Winkels $\angle(h, k)$ sei ein Punkt P gegeben. Konstruieren Sie einen Kreis, der tangential an h und k ist und P enthält.

Aufgabe 2.

Durch einen Punkt A auf einem Kreis, sei die Tangente an den Kreis sowie eine Sekante gegeben, die den Kreis außer in A noch in B schneide. Der Durchmesser, der senkrecht auf dem Radius OB steht, treffe die Tangente im Punkte C und die Sekante in D . Beweisen Sie, dass $AC \equiv CD$.

Aufgabe 3.

Für einen Durchmesser AB und eine Sehne AC sei der Winkel $\angle(CAB) = \frac{\pi}{6}$. Die Tangente durch C schneide die Gerade durch A und B im Punkte D . Beweisen Sie, dass das Dreieck $\Delta(A, C, D)$ gleichschenkelig ist.

Aufgabe 4.

Gegeben sei ein Kreis und drei Punkte darauf. Konstruieren Sie ein Dreieck, dessen Eckpunkte auf diesem Kreis liegen und dessen Verlängerungen der Höhen genau diese drei Punkte sind. Hinweis: Experimentieren Sie (z.B. mit Geogebra), um den entscheidenden Zusammenhang zwischen den Eckpunkten eines Dreiecks und den Schnittpunkten der Verlängerung der Höhen mit dem Umkreis zu entdecken. Der Beweis dieser Eigenschaft ist mit dem Stoff aus der Vorlesung möglich.

Die folgenden Aufgaben werden in den Übungen vom 27.6.-6.7.. besprochen:

- In der Ebene seien zwei parallele Geraden sowie ein Punkt zwischen ihnen gegeben. Konstruieren Sie einen Kreis, der den Punkt enthält und tangential an beide Geraden ist.
- In der Ebene seien zwei parallele Geraden und ein Kreis, der zwischen ihnen liegt, gegeben. Konstruieren Sie einen Kreis, der die beiden Geraden und den gegebenen Kreis berührt.
- Gegeben sei ein Punkt, ein Kreis sowie ein Punkt auf diesem. Konstruieren Sie einen Kreis, der beide Punkte enthält und tangential an den Kreis ist (dass heißt diesen in genau einem Punkt schneidet).
- Seien A und B die Berührungspunkte der zwei Tangenten an einen Kreis mit Mittelpunkt O , die durch einen gegebenen Punkt P außerhalb des Kreises gehen und sei BC der Durchmesser, der B enthält. Beweisen Sie, dass CA und OP parallel sind.
- Durch einen der zwei Schnittpunkte zweier Kreise, seien die Durchmesser beider Kreise gegeben. Beweisen Sie, dass die Gerade durch die beiden vom Schnittpunkt verschiedenen Endpunkte den zweiten Schnittpunkt der Kreise enthält.
- Zwei Kreise schneiden sich in zwei Punkten A und B . Durch A sei eine Sekante für beide Kreise gegeben, die diese (außer in A) noch in C und D schneide. Beweisen Sie, dass das Maß des Winkels $\angle(CBD)$ nicht von der konkreten Wahl dieser Sekante abhängt.