
Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 3

Elementargeometrie SS 2011

Abgabe: 11.5.2011

Aufgabe 1

- (a) Zeigen Sie, dass sich *zwei* Seitenhalbierende im Dreieck in einem Punkt im Inneren des Dreiecks scheiden.
- (b) Zeigen Sie das gleiche für zwei Winkelhalbierende.
Benutzen Sie weder bei (a) noch bei (b) das Parallelenaxiom.
- (c) Zeigen Sie, dass sich die Geraden, auf denen zwei der Höhen eines Dreiecks liegen immer schneiden. Hier dürfen Sie das Parallelenaxiom verwenden.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Dreiecke $\Delta(A, B, C)$ und $\Delta(A', B', C')$. Es sei weiterhin bekannt, dass die Seiten $AC \equiv A'C'$, die Winkel $\angle(BAC) \equiv \angle(B'A'C')$ sowie die Seitenhalbierenden $AM \equiv A'M'$, wobei M der Mittelpunkt der Seite BC und M' der Mittelpunkt der Seite $B'C'$ ist. Zeigen Sie, dass die beiden Dreiecke kongruent sind. Hinweis: Sie dürfen das Parallelenaxiom verwenden. "Verdoppeln" Sie die Dreiecke geeignet.

Aufgabe 3

Die Existenz des rechten Winkels besagt unter anderem, dass man in jedem Punkt einer Geraden eine "Senkrechte errichten" kann, d.h. genau eine Gerade durch diesen Punkt finden kann, die mit der ersten Gerade 4 rechte Winkel einschließt, d.h. "senkrecht aufeinander stehen". Zeigen Sie, dass man von jedem Punkt, der nicht auf der Geraden liegt, das "Lot auf diese fällen" kann, d.h. genau eine Gerade durch diesen Punkt finden kann, die die erste Gerade wieder so schneidet, dass beide senkrecht aufeinander stehen.

Aufgabe 4

Zeigen Sie die Rückrichtung in Satz 30 der Vorlesung: Ist in einem Dreieck $\Delta(A, B, C)$ für die Innenwinkel $\angle(ACB) > \angle(BAC)$ so gilt $AB > BC$ (dem größeren Winkel liegt die größere Seite gegenüber).

Die folgenden Aufgaben werden in den Übungen vom 2.5.-7.5.. besprochen:

- Definieren Sie den Begriff "Kreis" ohne Verwendung des Abstandsbegriffes. Zeigen Sie, dass sich zwei verschiedene Kreise entweder gar nicht, in einem oder in zwei Punkten schneiden. Charakterisieren Sie die unterschiedlichen Situationen.
- Zeigen Sie, dass die Diagonale eines sich nicht überschlagenden 4-Ecks entweder komplett im Inneren oder im Äußeren des 4-Ecks liegt. Zeigen Sie (durch ein Gegenbeispiel), dass dies für 5-Ecke im Allgemeinen falsch ist.
- Begründen Sie, dass die Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks $\Delta(A, B, C)$ kongruent zueinander sind. Seien drei Punkte $P \in AB, Q \in BC$ und $R \in CA$ gewählt, mit $AP \equiv BQ \equiv CR$. Zeigen Sie, dass dann das Dreieck $\Delta(P, Q, R)$ wieder gleichseitig ist.
- Seien zwei Geraden gegeben, die sich in A schneiden. Auf der einen werden noch Punkte B und B' auf verschiedenen Seiten von A gewählt, auf der anderen Punkte C und C' auf verschiedenen Seiten von A , so dass $AB \equiv AC'$ und $AC \equiv AB'$. Zeigen Sie, dass die Geraden durch B und C bzw. durch B' und C' entweder beide parallel zur Geraden sind, die die Winkel $\angle(BAC')$ und $\angle(B'AC)$ halbiert, oder sich in einem Punkt auf dieser Geraden schneiden. Benutzen Sie dabei nach Möglichkeit nicht das Parallelenaxiom.