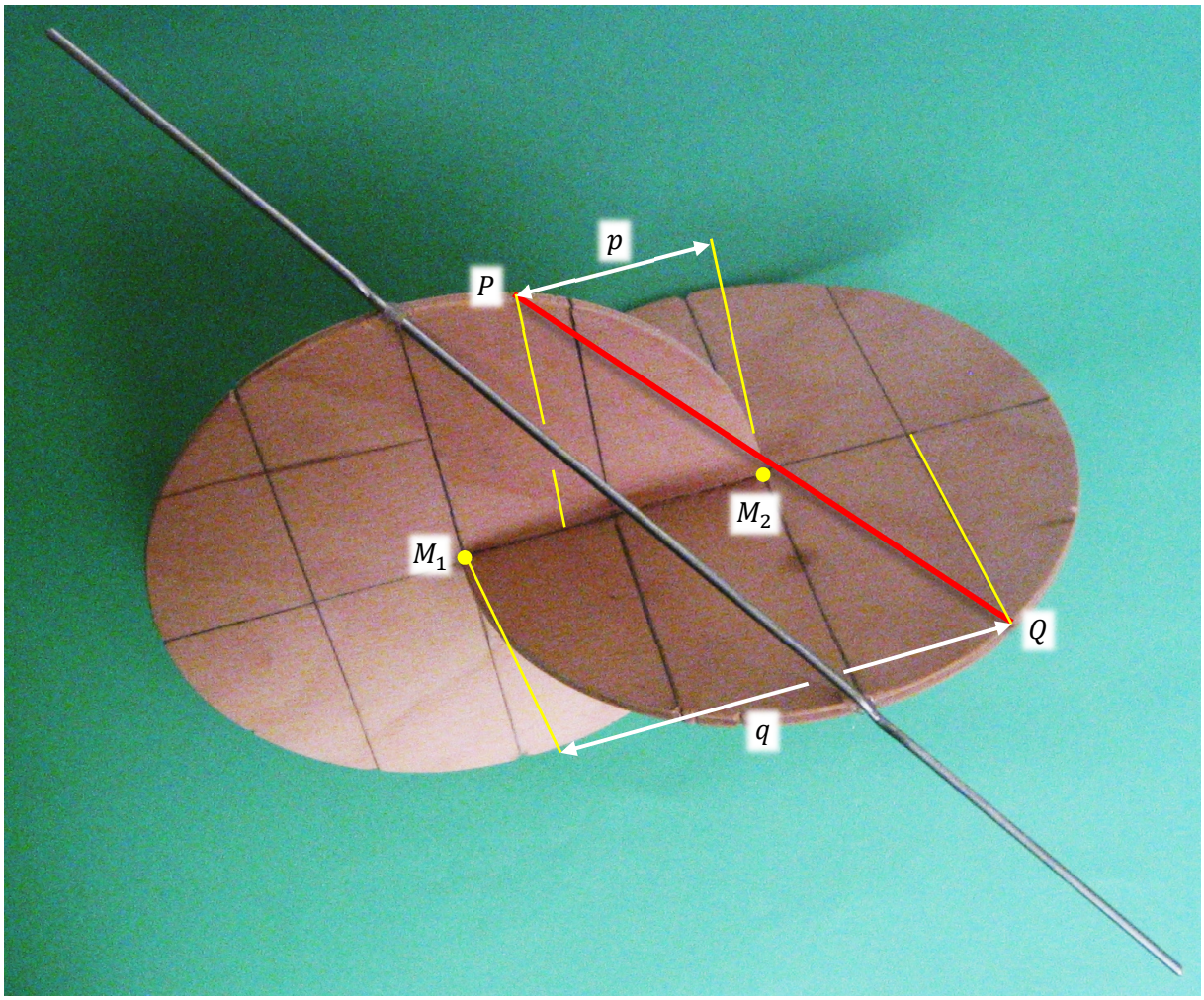
Oloid – Verwandtschaft zum Tetraeder

I Das Abstandsgesetz



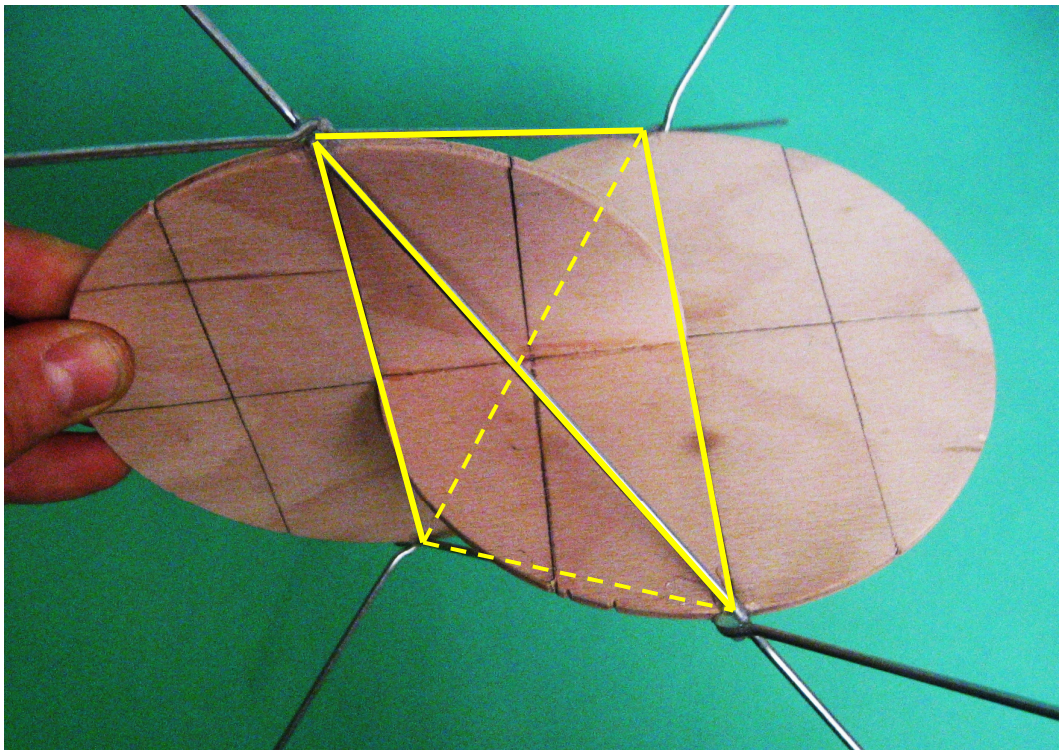
Satz: Seien P und Q die Schnittpunkte einer Regelgeraden des Oloids mit den beiden Leitkreisen und p und q die horizontalen Abstände dieser Schnittpunkte zum Mittelpunkt des jeweils anderen Kreises, so gilt:

$$p \cdot q = r^2$$

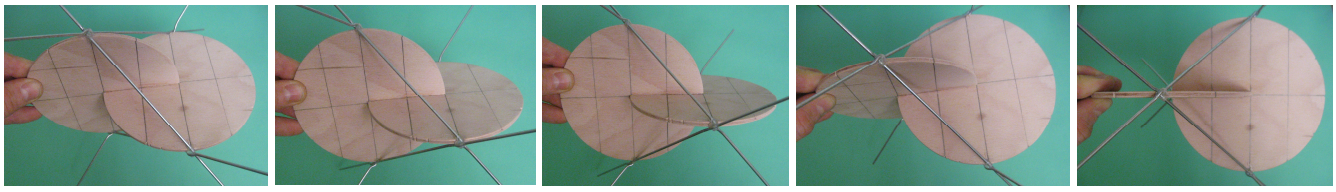
Es gibt 4 Geraden mit $p = q = r$. Sie entsprechen den Würfelstellungen des Gelenkringes.

Frage: Führt das zu einer einfachen algebraischen Charakterisierung des Oloids?

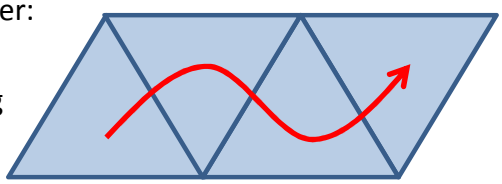
II Der Tetraeder



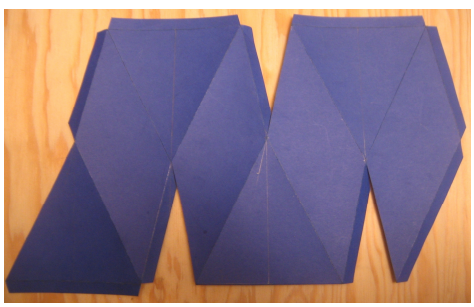
Die 4 ausgezeichneten Geraden, die den Würfelstellungen des Gelenkringes entsprechen, gehören einem Tetraeder an. 4 der Kanten haben Länge $\sqrt{3}r$, die beiden anderen Kanten sind Kreisdurchmesser.

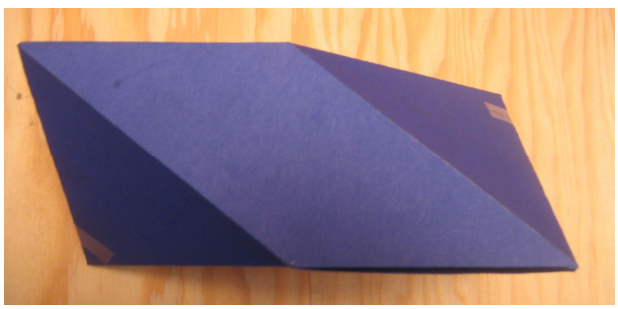


In gewisser Weise ist der Oloid ein abgerundeter Tetraeder: beim Abrollen des Tetraeders über 2 Paare windschiefer Kanten entsteht ebenfalls eine „schwingende“ Bewegung

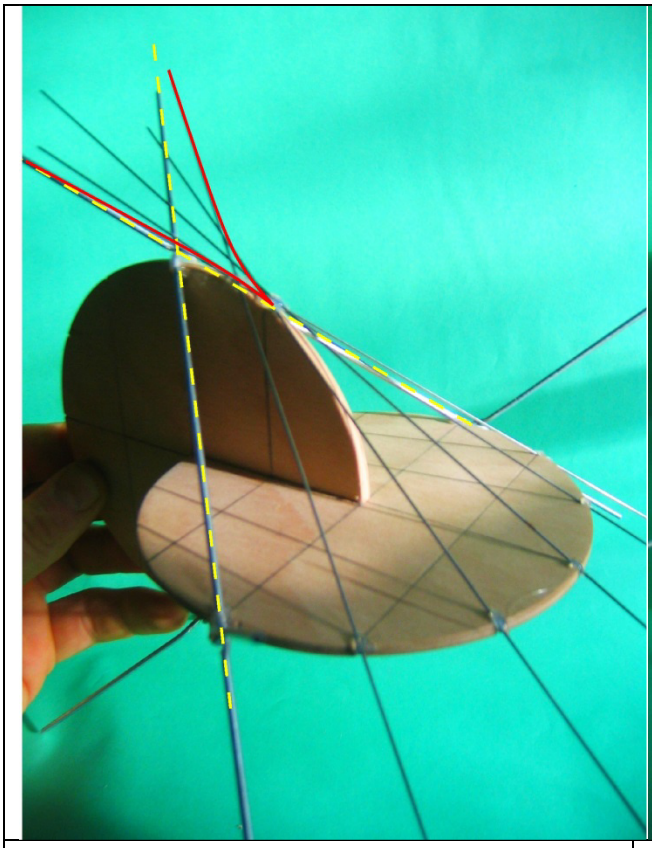


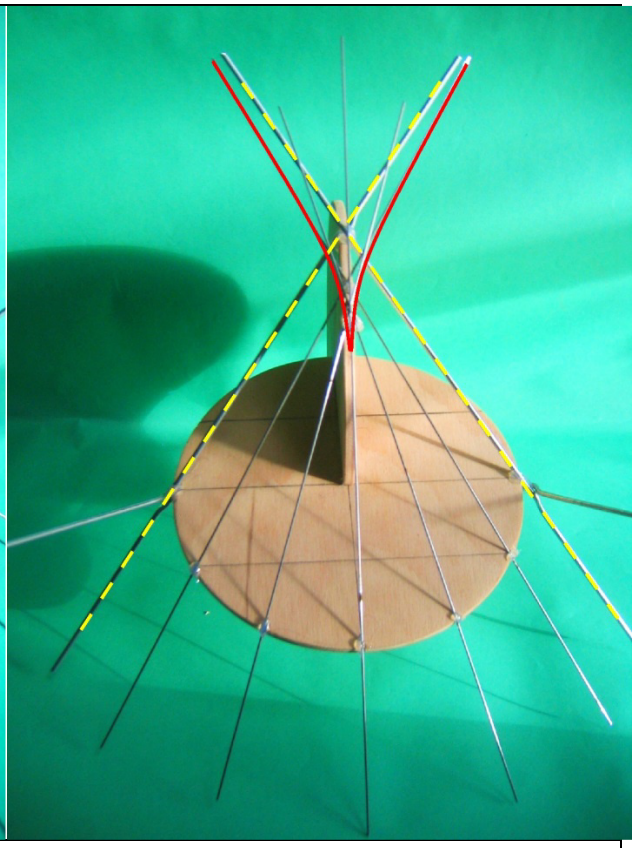
Als einen Zwischenschritt könnte man folgenden Körper betrachten:

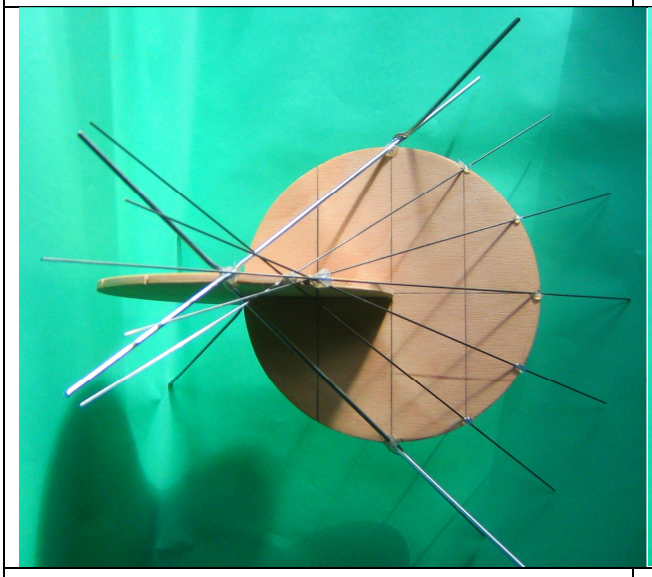


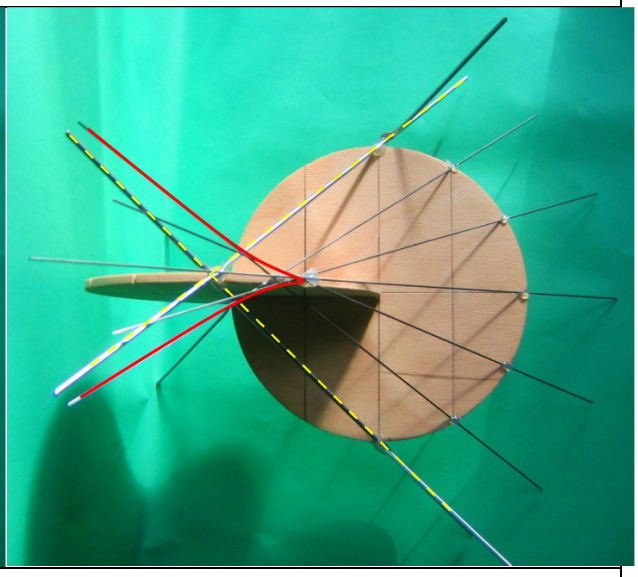


III Die erzeugende Kurve des Oloids



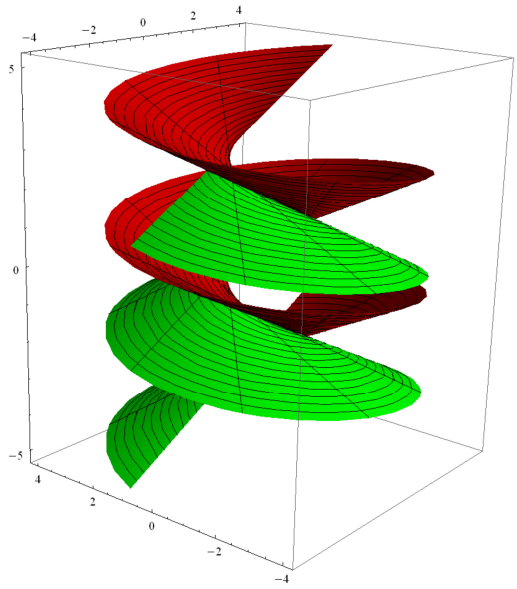




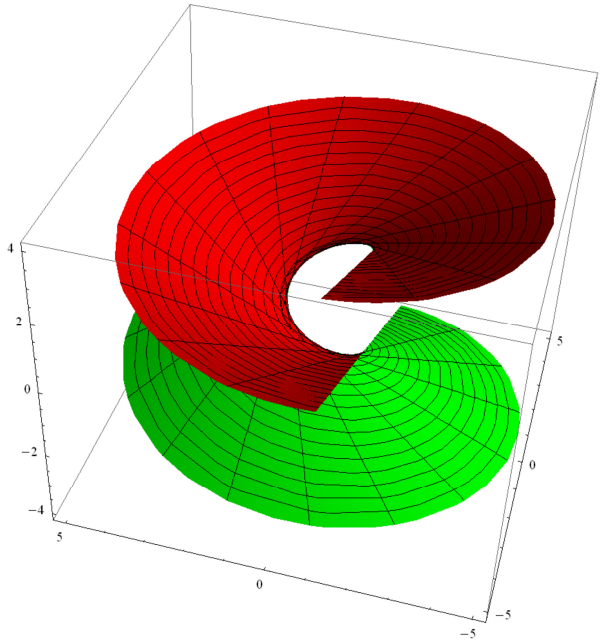


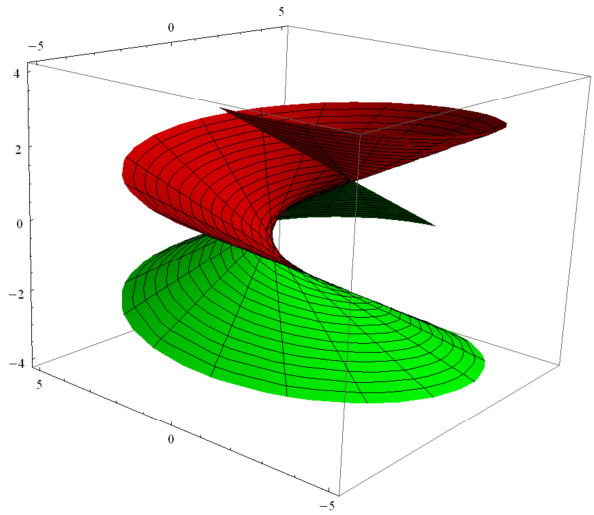
Die Regelgeraden einer abwickelbaren Fläche sind die Tangenten an eine erzeugende Kurve. Im Fall des Oloids nähert sich diese Kurve asymptotisch den 4 Tetraeder-Geraden, d.h. projektiv sind diese 4 Geraden die Tangenten an die erzeugende Kurve mit dem Fernpunkt als Berührpunkt. Die 4 Ecken des Tetraeders werden zu vier Cusp-Singularitäten (Dornspitzen), die in einer Ebene liegen.

IV Was entsteht außer dem Oloid?



Eine bekannte abwickelbare Fläche (=Torse) ist die Tangentenfläche einer Schraubenlinie, die sogenannte *Schraubtorse*: der eine Halbstrahl der Tangente (rot) bildet eine nach oben geöffnete spiralige Fläche, der andere Halbstrahl eine nach unten geöffnete. Die beiden Flächen berühren sich an der Schraubenlinie und bilden dort eine Cusp-Singularität.





Frage: Welches ist die entsprechende Partnerfläche des Oloids?