HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PD DR. ANGELA ORTEGA

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis II) (SS 19)
Übungsblatt 10
Abgabetermin: 24.06.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Länger des Kurvenstücks $C \in \mathbb{R}^3$ mit Parametrisierung $\alpha : t \mapsto (2t, t^2, \ln t)$ zwischen die Punkten $(2,1,0)$ und$(4,4,\ln 2)$.

(b) Bestimmen Sie die Länger der Kurve $\sigma : [-1,1] \to \mathbb{R}^3$, $t \mapsto (|t|, |t-\frac{1}{2}|, 0)$ (*Hinweis:* Bemerken Sie dass die Kurve nicht überall differenzierbar ist. Man muss die Länger in drei Stücke berechnen).

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_\alpha \sin z dx + \cos z dy - (xy)^{1/3} dz$$

längs die Kurve $\alpha : [0, \frac{7}{2}\pi] \to \mathbb{R}^3$, $\theta \mapsto (\cos^3\theta, \sin^3\theta, \theta)$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Man betracht den Gravitationsfeld (mit $G = m = M = 1$) der für $(x,y,z) \neq (0,0,0)$ durch

$$\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = \frac{-1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}(x,y,z).$$

definiert ist. Zeigen Sie dass die Arbeit von einem Gravitationskraft macht, als eine Teilchen bewegt sich von (x_1,y_1,z_1) bis (x_2,y_2,z_2) längs ein beliebige Weg, hängt nur von den Radien

$$R_1 = \sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2} \text{ und } R_2 = \sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}$$

ab.

Bitte wenden!

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Prüfen Sie nach, dass das Vektorfeld

$$\vec{\mathbf{v}}(x,y,z) = \begin{pmatrix} ye^{xy}\sin z + x + y \\ xe^{xy}\sin z + x + y - z \\ e^{xy}\cos z - y + z \end{pmatrix}$$

konservativ ist und bestimmen Sie ein Potential.