



Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis II) (SS 19)  
Übungsblatt 9

Abgabetermin: 17.06.2019 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.

**Aufgabe 1**

(6 Punkte)

(a) Mit Hilfe der Polarkoordinaten, berechnen Sie das Gaußsche Integral:

$$\int_{\mathbb{R}^2} e^{-|x|^2} dt$$

wobei  $x \in \mathbb{R}^2$  und  $|x|^2 = x_1^2 + x_2^2$ . Wie ändert sich das Ergebnis im Fall  $e^{-a|x|^2}$  mit Konstante  $a > 0$ ?

(b) Benutzen Sie die Antwort in (a) um das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt$$

zu berechnen.

**Aufgabe 2**

(8 Punkte)

Berechnen Sie das Integral  $\int_D f(x, y) dx dy$  für:

(a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$  und  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$  (*Hinweis:* Benutzen Sie Polarkoordinaten).

(b)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^{2/3} + y^{2/3} \leq 1\}$  und  $f(x, y) = xy$ , mit der Substitution  $x = r \cos^3 \theta$  und  $y = r \sin^3 \theta$ .

**Aufgabe 3**

(6 Punkte)

Berechnen Sie das Volumen des Ellipsoids

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

wobei  $a, b, c$  positive reelle Zahlen sind (*Hinweis:* Benutzen Sie die Substitution  $x = au, y = bv, z = cw$ ).