



Übungsaufgaben zur Vorlesung  
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis III) (WS 19/20)  
Übungsblatt 7

Abgabetermin: 10.12.2018 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer  
und Ihre Übungsgruppe drauf.

---

**Aufgabe 1**

(6 Punkte)

Lösen Sie das folgende RWP

$$\begin{cases} u'' = x^2 & \text{auf } [0, 1] \\ u(0) = 0 \\ u(1) + u'(1) = 2. \end{cases}$$

**Aufgabe 2**

(6 Punkte)

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen zu folgendem Randwertproblem

$$\begin{cases} u''(x) = -\lambda u(x) & x \in [0, \pi] \\ u(0) = u'(\pi) = 0 \end{cases}$$

**Aufgabe 3**

(4 Punkte)

Sei  $V$  ein euklidischer Vektorraum,  $U \subset V$  ein Unterraum und  $v \in V$ ,  $v_0 \in U$ . Wenn  $v - v_0 \in U^\perp$  ist, dann gilt

$$\|v - v_0\| < \|v - u\| \quad \text{für alle } u \in U, u \neq v_0.$$

(*Hinweis:* Benutzen Sie den Satz von Pythagoras)

**Aufgabe 4**

(4 Punkte)

Sei  $\mathcal{H}$  ein Hilbertraum über  $\mathbb{C}$ ,  $f \in \mathcal{H}$  und  $\varphi_1, \dots, \varphi_N \in \mathcal{H}$  orthonormiert. Zeigen Sie

$$\|f - \sum_{k=1}^N f_k \varphi_k\|^2 = \|f\|^2 - \sum_{k=1}^N |f_k|^2,$$

wobei  $f_k = \langle \varphi_k, f \rangle$  die Fourierkoeffizienten sind.