

Über vernetzte Welten und warum mehr manchmal weniger ist

Was haben Stromnetze, das Wetter und unser Gehirn miteinander zu tun? Auf den ersten Blick sicher nicht viel. Eine entscheidende Gemeinsamkeit gibt es aber: Sie lassen sich allesamt als Netzwerke modellieren. Das ermöglicht Mathematikern, auf einen Schlag eine ganze Klasse von Problemen besser zu verstehen und neue Lösungsansätze zu schaffen.

Am Abend des 6. November 2006 hätte man aus einem Flugzeug ein seltenes Schauspiel beobachten können. Nach einer Kettenreaktion waren weite Teile Europas in Dunkel getaucht. Wie war es dazu gekommen? An diesem Tag wurde das Kreuzfahrtschiff Norwegian Pearl von Papenburg durch die Ems in die Nordsee gefahren. Aus Sicherheitsgründen hatte man sich entschieden, zwei unter der Ems verlaufende Stromleitungen für einige Stunden abzuschalten. Die Folgen waren in gleichem Maße unerwartet wie auch drastisch. Europa erlebte in den folgenden Stunden einen der größten Stromausfälle der Geschichte. Sogar weite Teile Südeuropas über Italien und Spanien bis nach Nordafrika waren betroffen. Bemerkenswert war dabei nicht nur die große Reichweite, sondern auch die Tatsache, dass nicht etwa Zentralkabel, sondern nur zwei von vielen tausend Kabeln für kurze Zeit abgeschaltet wurden. Der Eingriff war also im Verhältnis zur Größe des europäischen Stromnetzes verschwindend klein. Ist unser Stromnetz wirklich so instabil, dass schon beliebige kleine Veränderung es zum Kollabieren bringen? Zum Glück nicht. Die einzelnen Verbindungen haben sehr unterschiedlichen Einfluss auf die Stabilität des gesamten Netzwerks. Und dieser Vorfall führt uns die Tatsache vor Augen, dass wir weit davon entfernt sind, Kriterien für ebendiesen Einfluss zu kennen.

Der erste Schritt zum Verständnis ist bei Naturwissenschaftlern meist eine Vereinfachung des Problems. In diesem Fall stellen wir uns das Stromnetz zunächst als eine Menge von Punkten vor, die mit Strichen verbunden sein können. Die Striche stehen einfach für die Stromkabel und die Punkte entsprechen etwa den Generatoren oder Umschaltwerken. Wir nehmen für ein allgemeines Netzwerk an, dass die Punkte in der Zeit veränderliche Systeme beschreiben. Diese wechselwirken mit anderen Punkten, wenn zwischen ihnen ein Strich gezogen wurde. So ein Objekt bezeichnen Mathematiker als Netzwerk, wobei sie die Punkte Knoten, und die Striche Kanten nennen.

Nun haben vor einigen wenigen Jahrzehnten Wissenschaftler unterschiedlichster Disziplinen mit Überraschung festgestellt, dass sie zur Beschreibung ihrer Systeme eben alle diese gleiche Art Modell benutzen. So stehen zum Beispiel bei der Modellierung des Gehirns die Knoten für Nervenzellen, und die Kanten für Nervenbahnen, die für die Reizweiterleitung zuständig sind. In den Geowissenschaften repräsentieren die Knoten lokale Wettersysteme und die Kanten die Interaktion dieser Systeme über Wind, Temperatur, etc. Nicht nur in Stromnetzen, auch in vielen anderen Systemen, die durch Netzwerke modelliert werden, beschäftigt viele Wissenschaftler die Frage: Können wir verstehen, wie sich eine einfache Modifikation wie das Entfernen oder Hinzufügen einer Kante auf das Verhalten des ganzen Netzwerkes auswirkt? In diesem Fall hätten wir gleich mehrere Fliegen mit einer mathematischen Klappe geschlagen. Es hat sich herausgestellt, dass allein die Art, wie die Knoten miteinander verbunden sind, eine entscheidende Rolle für die Stabilität des Netzwerkes spielt. Bemerkenswert ist dabei, dass das unabhängig davon ist, ob die Knoten nun Generatoren, Nervenzellen oder Wettersysteme repräsentieren.

Bevor ich weiter darauf eingehe, sollte ich noch erklären, was ich meine, wenn ich von Stabilität spreche. Die Funktion vieler Netzwerke beruht darauf, dass ihre Knoten sich selbstorganisiert in einen synchronen Zustand bringen können. Das heißt, dass die Systeme, die durch die Knoten beschrieben werden, zur gleichen Zeit das Gleiche tun. So basieren beispielsweise einige alltägliche menschliche Funktionen darauf, dass sich Gruppen von Nervenzellen in bestimmten Hirnregionen synchronisieren. Stabilität bezeichnet nun die Fähigkeit eines Systems, den synchronen Zustand nach einer Störung wieder anzunehmen. Dabei gilt: Je schneller der Zustand erreicht ist, desto stabiler das System.

Das erste Ergebnis meiner Dissertation, das ich vorstellen möchte, mag in seiner originalen Formulierung etwas technisch wirken. Daher soll es hier in Form eines Beispiels eingeführt werden, nämlich eines sozialen Netzwerkes. Stellen Sie sich vor, Sie versuchen mit hundert Menschen einen Konsens zu erreichen, wobei allerdings jeder von ihnen direkt nur mit jeweils zehn anderen kommunizieren kann. Nach dem Prinzip der stillen Post wird Ihre Meinung auch die restlichen neunzig erreichen, aber vermutlich verfremdet. Auf die gleiche Weise werden Sie über Ihre zehn direkten Ansprechpartner die Meinungen aller Beteiligten erfahren. Wenn wir an unser Modell denken, sind Sie in diesem Fall natürlich ein Knoten, und zwischen Ihnen und einem anderen Menschen gibt es eine Kante, wenn Sie direkt kommunizieren können. Weiter ist der synchrone Zustand durch den Konsens

gegeben. Nun scheint es intuitiv klar, dass ein Konsens umso leichter zu erreichen ist, je mehr Menschen direkt kommunizieren können (jedenfalls wenn man, was Mathematiker tun, von einem idealisierten Menschen ausgeht). Und tatsächlich habe ich mathematisch bewiesen, dass nicht nur in sozialen, sondern in einer sehr großen Klasse von Netzwerken das Hinzufügen einer Kante die Stabilität vergrößert. Dementsprechend verringert das Entfernen einer Kante die Stabilität. Auch rein graphisch ist das nachvollziehbar: Je dichter vernetzt, desto stabiler ist das Netzwerk. Dieses Ergebnis ist, abgesehen von ein paar mathematischen Spitzfindigkeiten, im Wesentlichen davon abhängig, dass die Kanten ungerichtet sind. Damit meine ich, dass die Information in beide Richtungen fließen kann.

Wenn das nicht mehr der Fall ist, gelten erstaunlicherweise ganz andere Gesetze, wie das folgende Beispiel zeigt. Stellen Sie sich ein soziales Netzwerk vor, in dem eine ganze vernetzte Gruppe von Menschen eine zweite Gruppe beeinflussen kann. Die zweite Gruppe dagegen ist passiv und kann nur Informationen empfangen. Im Gegensatz zu vorher funktionieren einige Verbindungen also nur in eine Richtung. Im Fachjargon sagen wir, die Kanten seien gerichtet und nennen diese spezielle Konfiguration zweier Gruppen „master-slave“. Ich stelle Ihnen frei, dabei an Politiker und ein Volk zu denken. Obwohl eine der beiden Gruppen ihre Meinung nicht einbringt, gibt es Beispiele, in denen der synchronisierte Zustand stabil ist. Mit anderen Worten, ein Konsens kann erreicht werden und hält, einmal erreicht, auch kleinen Störungen stand. Fügt man zwischen den Gruppen Kanten der gleichen Orientierung hinzu, so erhöht sich die Stabilität wie im vorigen Beispiel. Wirklich überraschend ist aber, dass in einigen Fällen schon das Hinzufügen von nur einer Kante in gegenläufiger Richtung das gesamte System destabilisieren kann. Mehr noch, ich konnte zeigen, dass man theoretisch immer eine solche destabilisierende Kante finden kann. Dieses theoretische Resultat konnte kürzlich auch experimentell bestätigt werden. Zusammen mit Experimentalphysikern der Universität Maryland habe ich das Verhalten eines Lasernetzwerks untersucht. Tatsächlich hat das Hinzufügen einer Verbindung synchrone Zustände destabilisiert - und das unabhängig davon, ob sie periodisch oder chaotisch waren.

Entgegen eines intuitiven Verständnisses von Synchronisation ist es also nicht immer besser, dichter zu vernetzen; ganz im Gegenteil können auf diese Weise schlimmstenfalls synchrone Zustände destabilisiert werden. Diese Ergebnisse sind ein Beitrag zu der recht jungen Theorie der Netzwerke,

in der es noch viele offene Fragen gibt. Ich vermute, dass wir erst neue mathematische Werkzeuge und vielleicht sogar Theorien entwickeln müssen, um einige dieser Fragestellungen ernsthaft in Angriff nehmen zu können. Schauen Sie also bei Ihrem nächsten Nachtflug mal aus dem Fenster; es ist unwahrscheinlich, aber nicht ausgeschlossen, dass sich Ihnen der seltene Anblick von Europa im Dunkeln bietet.