

MSG-Hausaufgaben Blatt 6

Zum 13.11.2018

Aufgabe 1. Für zwei geordnete Paare reeller Zahlen (a, b) und (c, d) definieren wir das “Sternprodukt” :

$$(a, b) \star (c, d) = (ac, ad + b).$$

1. Kann man beim Sternprodukt die “Sternfaktoren” vertauschen, also gilt:

$$(a, b) \star (c, d) = (c, d) \star (a, b)?$$

Begründe, falls ja, oder gib ein Gegenbeispiel an.

2. Finde ein Paar (x, y) so dass für jedes Paar (a, b) gilt:

$$(a, b) \star (x, y) = (a, b).$$

Zeige, dass dann auch $(x, y) \star (a, b) = (a, b)$ gilt, und zeige dass es genau ein solches Paar (x, y) mit dieser Eigenschaft gibt.

3. Zeige, dass es zu jedem Paar (a, b) ein Paar (a', b') gibt, so dass gilt:

$$(a, b) \star (a', b') = (x, y).$$

Zeige, dass dann auch $(a', b') \star (a, b) = (x, y)$ gilt, und zeige dass es zu jedem (a, b) nur genau ein solches Paar (a', b') gibt.

4. Zeige, dass das Sternprodukt das Assoziativgesetz erfüllt, das heißt für alle Paare $(a, b), (c, d), (e, f)$ gilt:

$$((a, b) \star (c, d)) \star (e, f) = (a, b) \star ((c, d) \star (e, f)).$$