MSG-Hausaufgaben Blatt 2

Abgabe: 11.10.2016

Anastasia Prokudina, Simone Zahn

Aufgabe 1. Kannst du ganze Zahlen x, y finden, die die folgenden Gleichungen erfüllen?

a) $3x + 2y = 1$

b) $5x + 2y = 1$

c) $5x + 12y = 1$

d) $41x + 12y = 1$

e) $41x + 94y = 1$

f) $2x + 2y = 1$

g) $6x + 8y = 1$

h) $3x + 3y = 1$

i) $6x + 9y = 1$

Aufgabe 2. Bestimme jeweils die letzte Ziffer, und zwar mit möglichst wenig Rechenaufwand und ohne die Benutzung deines Taschenrechners.

Was hat die letzte Ziffer mit der Modulo-Rechnung zu tun?

a) $5932 + 468$

b) $44 \cdot 93 \cdot 27 + 62 \cdot 43$

c) $39^2 \cdot 41^3 - 303$

d) 3^{100}

Hinweis zu d): Schreibe dir zunächst die letzten Ziffern von kleinen Potenzen, also $3^1, 3^2, 3^3, \ldots$ auf und versuche ein Muster zu erkennen.

Sind die Zahlen aus a) - d) durch 4, 5 , 9 teilbar?

Hinweis: Eine natürliche Zahl z ist genau dann durch 4 teilbar, wenn gilt $z \equiv 0 \mod 4$.

Aufgabe 3. a) Zeige, dass man jede ganze Zahl als $3y$, $3y+1$ oder als $3y+2$ schreiben kann.

b) Was ergibt sich in dieser Schreibweise für die Zahlen $1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots$? Kannst du eine Gesetzmäßigkeit erkennen?

c) Gibt es ganze Zahlen x, y sodass $x^2 = 3y + 2$ gilt? Beweise!

Aufgabe 4. Sei p eine Primzahl > 3. Zeige, dass $p^2 + 2$ durch 3 teilbar ist.