

# MSG-Hausaufgaben Blatt 1

Zum 21.11.2016

**Aufgabe 1.** Es stehen 23 Springer auf einem Schachbrett. Zeige, dass stets 12 so ausgewählt werden können, so dass sie sich gegenseitig nicht bedrohen.

**Aufgabe 2.** Jeder Punkt der Ebene sei in rot oder blau gefärbt. Zeige, dass es zwei Punkte mit dem Abstand 1cm gibt, die die gleiche Farbe haben.

**Aufgabe 3.** Sei  $n$  eine gerade positive ganze Zahl. Die Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n$  und  $b_1, b_2, \dots, b_n$  seien Vertauschungen von  $1, 2, 3, \dots, n$ . Zum Beispiel für  $n = 4$  könnten die beiden Vertauschungen  $1, 4, 3, 2$  und  $2, 4, 1, 3$  lauten.

Wir betrachten nun die Zahlen  $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots, a_n + b_n$ . Im obigen Beispiel wäre das  $3, 8, 4, 5$ .

- a) Was ist die Summe der betrachteten Zahlen,  $(a_1 + b_1) + \dots + (a_n + b_n)$ ?
- b) Wir nehmen an, dass die Zahlen  $a_i + b_i$  alle verschiedene Reste bei Division durch  $n$  lassen. Was ist dann der Rest der Summe aller dieser Zahlen bei Division durch  $n$ ?  
Kann dieser Fall überhaupt eintreten?
- c) Zeige, dass zwei der Zahlen  $a_i + b_i$  sich durch ein Vielfaches von  $n$  unterscheiden.