Modellierung stochastischer Datenprozesse für Optimierungsmodelle der Energiewirtschaft*

Dr. rer. nat. N. Gröwe-Kuska, Dipl.-Math. H. Heitsch, Univ.-Prof. Dr. sc. nat. W. Römisch

Humboldt–Universität Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Zusammenfassung. Moderne Energiemanagementmodelle stellen hochdimensionale mehrstufige stochastische Optimierungsprobleme dar, die die simultane Planung von Stromerzeugung und -handel beschreiben. Dazu werden die stochastischen Datenprozesse (Strompreise, Last, Zuflüsse) durch Szenariobäume modelliert. In der vorliegenden Arbeit stellen wir neue Ansätze zur Generierung und optimalen Reduktion von Szenariobäumen vor, die auf Wahrscheinlichkeitsmetriken beruhen, die den Abstand zwischen einer initialen Approximation des Datenprozesses und den Szenariobäumen messen. Die Methodiken wurden zur Konstruktion von Szenariobäumen für multivariate Datenprozesse (Last, Spotmarktpreise) für das wöchentliche Portfolio-Management eines hydrothermischen Kraftwerkssystems eingesetzt.

1 Einleitung

Durch die Liberalisierung der Stromwirtschaft wurden Modelle für die kurz- und mittelfristige Einsatzplanung der EVUs durch Modelle abgelöst, die die simultane Planung von Stromerzeugung und -handel beschreiben. Diese Portfolio-Mangement-Modelle sollen neben der Einsatzplanung des Kraftwerkssystems Vorschläge für die Zusammenstellung des Bezugs- und Absatzportfolios auf Wochen- und Tagesbasis liefern.

In der Literatur findet man bereits eine Reihe von Modellierungs- und Lösungsansätzen für das Portfolio-Management [1, 2, 3, 7, 9, 13, 23], die sich in der Beschreibung der Kraftwerkssysteme sowie der an den Spotmärkten gehandelten Kontrakte unterscheiden. All diesen Modellen ist gemeinsam, daß sie hochdimensionale mehrstufige stochastische Optimierungsmodelle mit gemischt-ganzzahligen Optimierungsvariablen darstellen. Die zeitdiskreten stochastischen Datenprozesse mit möglichen Komponenten Last, Zuflüsse und Preise für Brennstoffe sowie Liefer- und Bezugsverträge werden durch eine endliche Anzahl Realisierungen oder Szenarien mit zugehörigen Wahrscheinlichkeiten approximiert. Die abstrakte Struktur der Szenarien wird durch einen Szenariobaum mit einer endlichen Knotenmenge beschrieben.

In der vorliegenden Arbeit stellen wir neue Ansätze zur Generierung und optimalen Reduktion von Szenariobäumen vor, die auf Wahrscheinlichkeitsmetriken beruhen, die den Abstand zwischen einer initialen Approximation des Datenprozesses und den Szenariobäumen messen. Die Methodiken wurden zur Konstruktion von Szenariobäumen für multivariate Datenprozesse (Last, Spotmarktpreise) für das wöchentliche Portfolio-Management eines hydrothermischen Kraftwerkssystems eingesetzt.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert. Die Ansätze zur Generierung und optimalen Reduktion von Szenariobäumen werden in §2 vorgestellt. In §3 beschreiben wir ein Portfolio-Management-Modell, daß für die numerischen Experimente der Szenariobaum-Konstruktion und -reduktion benutzt wurde. Ergebnisse der Testrechnungen werden in §4 diskutiert.

* Dieses Forschungsprojekt wurde im Rahmen des Schwerpunktprogramms "Echtzeit-Optimierung großer Systeme" der Deutschen Forschungsgemeinschaft und des BMBF-Programms "Neue Mathematische Verfahren in Industrie und Dienstleistungen" gefördert.

2 Generierung und Reduktion von Szenariobäumen

Moderne Portfolio-Management-Modelle berücksichtigen die Stochastik der Datenprozesse. Bei einer Zerlegung des Optimierungszeitraum in T Zeitintervalle bildet der stochastische Datenprozeß $\{\xi_t\}_{t=1}^T$ mit den (möglichen) Komponenten Last, Reserveleistung, Zuflüsse und Preise für Brennstoffe sowie Liefer- und Bezugsverträge einen multivariaten stochastischen Datenprozeß mit diskreter Parametermenge $\{1, \ldots, T\}$ und Zustandsraum $\mathbb{R}^m$, d.h., $\xi = \{\xi_t\}_{t=1}^T$ und $\xi_t \in \mathbb{R}^m$ für alle t. Er wird durch eine endliche Anzahl S von Realisierungen oder *Szenarien* $\xi^s = \{\xi_t^s\}_{t=1}^T$ mit zugehörigen Wahrscheinlichkeiten π_s, $s = 1, \ldots, S$, $\sum_{s=1}^S \pi_s = 1$, approximiert.

Jedem Szenario ist ein Satz von Optimierungsvariablen zugeordnet; die in t zu treffenden Entscheidungen müssen dabei unabhängig von den Entscheidungen und Werten der zufälligen Parameter sein, die in der Zukunft liegenden Zeitintervallen zugeordnet sind (*Nichtantizipativität der Entscheidungen*). Eine nicht-stochastische und damit implementierbare Optimallösung für das Intervall $t = 1$ erhält man nur dann, wenn $\xi_1^1 = \ldots = \xi_1^S$. Die Szenarien müssen also einen *Szenariobaum* mit einer Wurzel und S Blättern bilden (vgl. Abb. 1 und §3.1 in [21]). Der Szenariobaum beschreibt die abstrakte Struktur der Szenarien. Jedem *Knoten* wird dabei

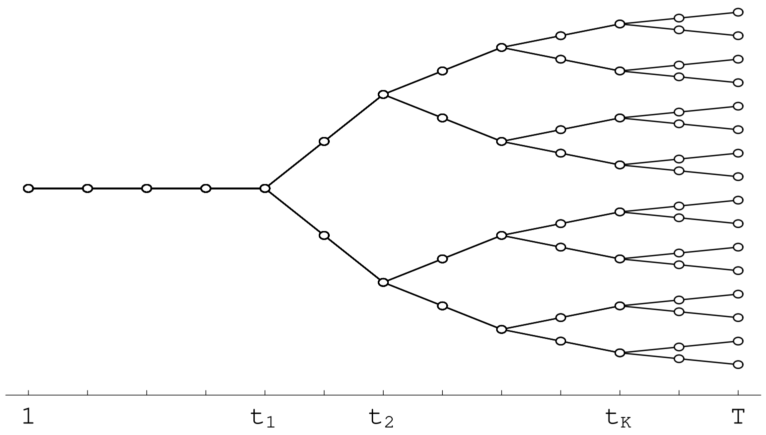


Abbildung 1: Szenariobaum mit 16 Blättern

eine Realisierung von ξ für ein gewisses t zugeordnet; der Wurzel also ξ_1^1. Jeder andere Knoten n aus der Knotenmenge $\mathcal{N}$ beitzt einen eindeutig bestimmten *Vorgänger* (Vater) n_- und eine *Übergangswahrscheinlichkeit* $\pi_{n/n_-} > 0$. Die Wahrscheinlichkeit π_n eines Knoten n erhält man durch die Rekursionsvorschrift $\pi_1 = 1$, $\pi_n = \pi_{n/n_-}\pi_{n_-}$ für $n \neq 1$. Die *Nachfolger* (Kinder) eines Knoten n bilden die Menge $\mathcal{N}_+(n)$. Knoten n ohne Nachfolger ($\mathcal{N}_+(n) = \emptyset$) heißen *Blätter*; ihnen sind die Realisierungen für $t = T$ zugeordnet und sie bilden die Menge $\mathcal{N}_T$. Die Menge der Knoten des Pfades von der Wurzel bis zum Knoten n ist $path(n)$, die Anzahl ihrer Elemente ist $t(n)$. Ein Szenario entspricht einem Pfad von der Wurzel zu einem Blatt $n \in \mathcal{N}_T$.

In jeder praxisnahen Anwendung der stochastischen Optimierung stellt die (approximative) Darstellung des stochastischen Datenprozesses eine zentrale Fragestellung dar. Dies trifft natürlich auch auf die Energiewirtschaft zu, wo solche Darstellungen zwar bereits für einzelne Komponenten (wie die Last in [9, 10, 18] oder Spotmarktpreise und Zuflüsse in [4, 7, 24]) entwickelt wurden, aber insbesondere die Modellierung multivariater Datenprozesse noch weitgehend am Anfang steht. Universelle Methodiken zur Modellierung von Datenprozessen in Form von Szenariobäumen sind bisher nicht bekannt. Der gegenwärtige Stand der Literatur in diesem sich schnell entwickelnden Teilgebiet wird in der Übersichtsarbeit [4] sehr gut dargestellt. Verwiesen sei überdies auf die neueren Arbeiten [12, 19].

Der methodische Ansatz zur Konstruktion zur Modellierung der Datenprozesse in Form von Szenariobäumen gliedert sich in folgende Schritte:
(1) Erzeugung von (ausreichend vielen) Szenarien des Datenprozesses ξ,
(2) Konstruktion von Szenariobäumen aus Datenszenarien,
(3) Reduktion der Szenariobäume.
In den folgenden Abschnitten erläutern wir die Verfahren zur Konstruktion von Szenariobäumen gemäß den Schritten 1–3.

2.1 Erzeugung von Szenarien des Datenprozesses

Zunächst wird ξ durch endlich viele Pfade oder *Szenarien* $\{\xi^s\}_{s=1}^S$ mit den Wahrscheinlichkeiten $\{\pi_s\}_{s=1}^S$ approximiert, wobei die Szenarien für $t = 1$ sämtlich übereinstimmen, d.h., $\xi_1 = \xi_1^1 = \ldots \xi_1^S \in I\!R^m$ (determinierter Anfangspunkt). Die Szenarien können aus historischen Daten, Expertenszenarien oder/und Simulation von statistischen Modellen gewonnen werden.

2.2 Konstruktion und Reduktion von Szenariobäumen

Da die im vorhergehenden Abschnitt erzeugten S Szenarien $\{\xi^s\}_{s=1}^S$ (mit den Wahrscheinlichkeiten $\{\pi_s\}_{s=1}^S$) für $t = 1$ sämtlich übereinstimmen, repräsentiert der Anfangspunkt $t = 1$ den Wurzelknoten des Szenariobaumes, der von den S Szenarien (als Zweigen) gebildet wird. Wir beschreiben im folgenden eine Methodik, die diesen eventuell sehr großen Baum reduziert, d.h., die Anzahl der Szenarien verkleinert und die Struktur des Baumes modifiziert, aber die Baumform erhält. Dabei werden schrittweise ähnliche Szenarien "gebündelt".

Die Methodik zur Konstruktion des Szenariobaums ist aus mathematischer Sicht in [6] beschrieben. Sie beruht auf einer sukzessiven Reduktionstechnik für Szenarien (vgl. [5]) und den in [5, 11] beschriebenen Algorithmen. Die Reduktionstechnik basiert auf der Verwendung geeigneter Abstände von multivariaten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die passend zum zu lösenden (stochastischen) Optimierungsproblem gewählt werden (vgl. [5]). Die Reduktion von Szenarien erfolgt dann so, dass im Sinne dieses Abstandes so viele Szenarien entfernt werden, daß einerseits der Baum möglichst klein wird und andererseits die Approximationsgenauigkeit des neuen Szenariobaumes sich höchstens um eine vorgegebene Toleranz verschlechtert. Im Kontext des Portfolio-Managements verwenden wir den sogenannten Kantorovič-Abstand D_{Ka} von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (vgl. [20]). Für zwei diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit jeweils endlich vielen Atomen (Szenarien) nimmt dieser Abstand die Gestalt eines linearen Transport(optimierungs)problems an. Bezeichnet P die Wahrscheinlichkeitsverteilung von ξ und Q eine Verteilung mit den Szenarien $\tilde{\xi}^\sigma$ und Wahrscheinlichkeiten q_σ für $\sigma = 1, \ldots, \tilde{S}$, so gilt

$$D_{\mathrm{Ka}}(P,Q) = \max\{\sum_{s=1}^{S} \pi_s u_s + \sum_{\sigma=1}^{\tilde{S}} q_\sigma v_\sigma \;:\; u_s + v_\sigma \leq c_T(\xi^s, \tilde{\xi}^\sigma)\,,\, \forall s, \sigma\}. \tag{2.1}$$

Hierbei ist $c_t(\xi^s, \tilde{\xi}^\sigma) := \sum_{j=1}^{t} |\xi_j^s - \tilde{\xi}_j^\sigma|$ für $t := 1, \ldots, T$ und $|\cdot|$ bezeichnet eine Norm in $I\!R^m$. Für den Spezialfall, daß Q eine reduzierte Wahrscheinlichkeitsverteilung von P ist, d.h., die Menge der Szenarien $\{\tilde{\xi}^\sigma\}_{\sigma=1}^{\tilde{S}}$ eine (fixe) Teilmenge von $\{\xi^s\}_{s=1}^S$ ist, läßt sich eine bestmögliche Wahrscheinlichkeitsverteilung Q_* mit diesen Szenarien und minimalem D_{Ka}-Abstand zu P sowie der Abstand $d_{\mathrm{Ka}}(P, Q_*)$ explizit (d.h. ohne Lösung linearer Transportprobleme) bestimmen (vgl. Theorem 3.1 in [5]). Hat nämlich die reduzierte Verteilung die Szenarien $\{\xi^s\}_{s \notin J}$ mit

$J \subset \{1, \dots, S\}$, so hat Q_* die Wahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned} q_s^* &= \pi_s + \sum_{j \in J(s)} \pi_j \quad (s \notin J) \quad \text{und} && (2.2) \\ D_{\mathrm{Ka}}(P, Q_*) &= \sum_{s \in J} \pi_s \min_{j \notin J} c_T(\xi^s, \xi^j), && (2.3) \end{aligned}$$

wobei $J(s) := \{j \in J : s \in \arg\min_{i \notin J} c_T(\xi^i, \xi^j)\}$. Zur Wahrscheinlichkeit π_s von Szenario s werden also alle die Wahrscheinlichkeiten zugeschlagen, deren zugehörige Szenarien im Sinne von c_T am nächsten zum Szenario s liegen.

Unser Vorgehen zur Konstruktion eines Szenariobaums, der ξ approximiert, besteht nun darin, daß ξ beginnend im letzten Parameter T schrittweise für $t = T, \dots, 1$ reduziert wird und die neuen Wahrscheinlichkeiten jeweils entsprechend der Formeln (2.2) berechnet werden. Die Reduktion wird im Schritt 1 bzgl. des Kantorovič-Abstandes $D_{\mathrm{Ka},t}$ durchgeführt, der aus (2.1) durch Ersetzen von c_T durch c_t ensteht. Für die Reduktion kann jeder der in [5, 11] beschriebenen Algorithmen verwendet werden. Die Indexmenge J_t, der im Schritt t zu streichenden Szenarien, wird so ausgewählt, daß sie eine möglichst große Kardinalität hat und der Abstand gemäß (2.3) von der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Schritt $t+1$ zu der neuen im aktuellen Schritt t kleiner als eine gewisse vorgegebene Toleranz wird.

Im Ergebnis entsteht die reduzierte Wahrscheinlichkeitsverteilung P_{red} eines Szenariobaums ξ_{red}, dessen Szenarien im Parameter t die Gestalt $\{\xi_t^s\}_{s \in I_t}$ haben und die (Knoten) Wahrscheinlichkeiten $\{\pi_t^s\}_{s \in I_t}$ besitzen. Hierbei haben die Indexmengen I_t die Eigenschaft, daß I_0 einelementig ist, und daß

$$I_0 \subset I_1 \subset \ldots \subset I_T \subset \{1, \dots, S\}$$

sowie $I_t \cup J_t = I_{t+1}$ gilt. Überdies berechnen sich die Wahrscheinlichkeiten rekursiv (gemäß (2.2)) aus den Formeln $\pi_{T+1}^s := \pi_s$ für $s = 1, \dots, S$ und

$$\begin{aligned} \pi_t^s &:= \pi_{t+1}^s + \sum_{j \in J(t,s)} \pi_{t+1}^j && (2.5) \\ J(t,s) &= \{j \in J_t : s \in \arg\min_{i \notin J_t} c_t(\xi^i, \xi^j)\} \quad (s \in I_t, t = T, \dots, 1). && (2.6) \end{aligned}$$

Die Szenariobaumstruktur wird dadurch beschrieben, daß die Indexmenge $\{s\} \cup J(t,s)$ die Menge aller Nachfolgerknoten zum Knoten des Szenarios s im Parameter t beschreibt. Die Kardinalität der Menge $J(t,s)$ beschreibt den lokalen Verzweigungsgrad.

Das vorgestellte konzeptionelle Verfahren zur Generierung und Reduktion von Szenariobäumen ähnelt den in der Clusteranalyse verwendeten Verfahren. Im Gegensatz zur Bündelung der Szenarien durch Standard-Verfahren der Clusteranalyse (vgl. [18]) werden bei unserer Methodik bei der Bündelung nicht nur die Abstände der Szenarien, sondern auch deren Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Zudem liefern die Algorithmen zur Szenario-Reduktion eine Antwort auf die Frage, welches Szenario das Bündel am besten repräsentiert.

3 Modellierung des wöchentlichen Portfolio-Managements

Im folgenden Abschnitt beschreiben wir eine Variante des stochastischen Energiemanagementmodells [9] für das wöchentliche Portfolio-Management eines hydrothermischen Kraftwerkssystems, das aus thermischen Kraftwerken (Kohlekraftwerke, Gasturbinen) und Pumpspeicherwerken besteht. Ziel ist die Maximierung der erwarteten Gewinne aus Handelsaktivitäten und Eigenerzeugung. Die Optimallösungen des Modells sollen die Grundlage für folgende Entscheidungen liefern:

- Betriebszustände (Ein/Aus) und Leistungswerte der thermischen Blöcke
- Turbinen- bzw. Pumpleistung der Pumpspeicherwerke
- Vorschlag für Zusammenstellung des Bezugs- und Absatzportfolios auf Wochen- und Tagesbasis

Dazu wird der Optimierungszeitraum (1 Woche) in T (nicht notwendigerweise äquidistante) Zeitintervalle zerlegt, wobei h^t die Dauer des Intervalls t in Stunden ist. Das Kraftwerkssystem besteht aus I thermischen Blöcken und J Pumpspeicherwerke. K bezeichne die Anzahl der Bezugs- und Lieferverträge (einschließlich der Kontrakte an Spotmärkten). Der *Schaltzustand* des thermischen Blocks i im Intervall t wird mit $u_{it} \in \{0, 1\}$ (1 für Ein, 0 für Aus) bezeichnet, p_{it} bezeichnet seinen *Leistungswert*, wobei $p_{it} = 0$, falls $u_{it} = 0$, $p_{it} \in [p_{it}^{\min}, p_{it}^{\max}]$, falls $u_{it} = 1$. Dabei sind $p_{it}^{\min}$ und $p_{it}^{\max}$ die untere bzw. obere Leistungsgrenze des Blocks. Zusätzlich müssen die *Mindeststillstands-/Mindestlaufzeit-Restriktionen* erfüllt sein: wenn Block i angefahren wird (abgeschaltet wird), muß er für mindestens $\bar{\tau}_i$ ($\underline{\tau}_i$) Intervalle eingeschaltet (ausgeschaltet) bleiben. Pumpspeicherwerk j hat im Intervall t die Turbinenleistung (Pumpleistung) v_{jt} (w_{jt}), mit zugehörigen Obergrenzen $v_{jt}^{\max}$ bzw. $w_{jt}^{\max}$. Der *Füllstand* des Oberbeckens zum Ende des Intervalls t ist l_{jt}, $l_{jt}^{\max}$ ist die Obergrenze. Die am Ende des Intervalls t im Oberbecken des Pumpspeicherwerkes gespeicherte Energie hängt vom *Zufluß* γ_{jt}, den Variablen l_{jt}, $l_{j,t-1}$, v_{jt}, w_{jt} sowie der *Pumpeffizienz* η_j ab. Die Füllstände des Oberbeckens zu Beginn und Ende des Optimierungszeitraumes sind durch l_j^{in} und l_j^{end} gegeben.

Der Leistungswert von Kontrakt k im Intervall t ist z_{kt}, die Unter- und Obergrenzen sind $z_{kt}^{\min}$ und $z_{kt}^{\max}$. Die Modellierung bereits abgeschlossene Liefer- und Bezugsverträge, aber auch die an den deutschen Spotmärkten gehandelten Kontrakte für Blockprodukte (Baseload, Peakload) und Einzelstunden erfolgt durch Modifikation der Modellierung der thermischen Blöcke in [9]:

- Die Mindeststillstands-/Mindestlaufzeit-Restriktionen entfallen.
- In allen Intervallen t außerhalb des Lieferzeitraumes werden die Unter- und Obergrenzen angepaßt: $z_{kt}^{\min} = z_{kt}^{\max} = 0$.
- Beim Handel mit Blockprodukten konstanter Leistung müssen die Leistungswerte im Lieferzeitraum übereinstimmen. Dies erreicht man durch die Verwendung einer einzigen Variable in den betreffenden Zeitintervallen.

Die Entscheidungsvariablen für das Kraftwerkssystem und die Handelsplanung werden durch die Forderungen nach Lastdeckung und nach Vorhaltung einer gewissen Reserveleistung der thermischen Blöcke (spinning reserve) verkoppelt.

Die Zielfunktion des Portfoliomanagement-Modells ergibt sich als Differenz der Erlöse aus den Handelsverträgen und der Erzeugungskosten des hydrothermischen Kraftwerkssystems. Da die Erzeugungskosten der Pumpspeicherwerke vernachlässigbar sind, werden die Gesamt-Erzeugungskosten des Kraftwerkssystems durch die Anfahr- und Erzeugungskosten der thermischen Blöcke im Optimierungszeitraum bestimmt. Die *Erzeugungskosten* C_{it} für den thermischen Block i im Intervall t haben die Gestalt

$$C_{it}(p_{it}, u_{it}) := \max_{l=1\ldots\bar{l}} \{\, a_{ilt} p_{it} + b_{ilt} u_{it} \,\}, \tag{3.1}$$

mit Koeffizienten a_{ilt}, b_{ilt}, so daß $C_{it}(\cdot, 1)$ eine konvexe und wachsende Funktion auf $\mathbb{R}_+$ ist; zudem gilt $C_{it}(0, 0) = 0$. Die Anfahrkosten für Block i hängen von seiner Stillstandszeit ab; dies wird durch den Ansatz der *Anfahrkosten* als Treppenfunktion modelliert:

$$S_{it}(u_i) := \max_{\tau=0\ldots\tau_i^c} c_{i\tau} \left(u_{it} - \sum_{\kappa=1}^{\tau} u_{i,t-\kappa} \right), \tag{3.2}$$

wobei $0 = c_{i0} < \ldots < c_{i\tau_i^c}$ fixierte Kostenkoeffizienten sind. Die Zeitspanne zum völligen Auskühlen des Blocks i ist τ_i^c, $c_{i\tau_i^c}$ sind die Anfahrkosten für einen Kaltstart, $u_i := (u_{it})_{t=1}^T$ und $u_{i\tau} \in \{0,1\}$ für $\tau = 1 - \tau_i^c \ldots 0$ sind vorgegebene Anfangswerte.
Analog zu (3.1) sind die *Preise* G_{kt} des Liefer- bzw. Bezugsvertrages k in t durch

$$G_{kt}(z_{kt}) := \max_{l=1\ldots\bar{l}} \left\{ \tilde{a}_{klt} z_{kt} + \tilde{b}_{klt} \right\}, \tag{3.3}$$

gegeben, wobei Koeffizienten $\tilde{a}_{klt}$, $\tilde{b}_{klt}$ geeignet gewählt sind, so daß $G_{kt}(0) = 0$ und $G_{kt}(\cdot)$ konkav und wachsend auf $I\!R_+$ (für Bezugsverträge) bzw. fallend auf $I\!R_-$ (Lieferverträge) ist.

Sowohl die Stochastik des Lastgangs als auch die der Spotmarktpreise können bei einem Optimierungszeitraum von einer Woche nicht ignoriert werden. Wir nehmen daher an, daß der Datenprozeß

$$\left\{ \xi_t := (d_t, r_t, \gamma_t, a_t, b_t, c_t, \tilde{a}_t, \tilde{b}_t) \right\}_{t=1}^T \tag{3.4}$$

einen (zeit-diskreten) stochastischen Prozeß mit den (möglichen) Komponenten Last $\{d_t\}_{t=1}^T$, Reserveleistung $\{r_t\}_{t=1}^T$, Zuflüsse $\{\gamma_t\}_{t=1}^T$ und Preise $\{a_t\}_{t=1}^T$, $\{b_t\}_{t=1}^T$, $\{c_t\}_{t=1}^T$, $\{\tilde{a}_t\}_{t=1}^T$ und $\{\tilde{b}_t\}_{t=1}^T$ (die Koeffizienten von (3.1),(3.2) und (3.3)) bildet. Er wird durch eine endliche Anzahl S von Szenarien $\xi^s = \{\xi_t^s\}_{t=1}^T$ mit zugehörigen Wahrscheinlichkeiten π_s, $s = 1, \ldots, \pi_S$, $\sum_{s=1}^S \pi_s = 1$, approximiert. Die Szenarien bilden einen Szenariobaum mit einer Wurzel und S Blättern (vgl. §2). Jedem Szenario ist ein Satz von Optimierungsvariablen zugeordnet. Die Nichtantizipativitätsbedingungen zwingen den Optimierungsvariablen die Struktur der *Szenariobaum-Approximation von* ξ

$$\{\xi^n := d_n, r_n, \gamma_n, a_n, b_n, c_n, \tilde{a}_n, \tilde{b}_n\}_{n \in \mathcal{N}}$$

auf. Die *Optimierungsvariablen* bilden somit den Entscheidungsprozeß

$$\{u^n, p^n, v^n, w^n, z^n\}_{n \in \mathcal{N}}.$$

Mit diesen Bezeichnungen lautet die Szenariobaum-Formulierung des stochastischen Modells für das wöchentliche Portfolio-Management des hydrothermischen Kraftwerkssystems:

$$\max \sum_{n \in \mathcal{N}} \pi_n \left\{ \sum_{k=1}^K G_k^n(z_k^n) - \sum_{i=1}^I \left[C_i^n(p_i^n, u_i^n) + S_i^n\left(u_i^{path(n)}\right)\right] \right\} \quad \text{bzgl.} \tag{3.5}$$

$$p_{it(n)}^{\min} u_i^n \le p_i^n \le p_{it(n)}^{\max} u_i^n, \quad u_i^n \in \{0,1\}, \quad n \in \mathcal{N},\ i = 1, \ldots, I, \tag{3.6a}$$

$$u_i^{n-\kappa} - u_i^{n-(\kappa+1)} \le u_i^n, \quad \kappa = 1, \ldots, \bar{\tau}_i - 1,\ n \in \mathcal{N},\ i = 1, \ldots, I, \tag{3.6b}$$

$$u_i^{n-(\kappa+1)} - u_i^{n-\kappa} \le 1 - u_i^n, \quad \kappa = 1, \ldots, \underline{\tau}_i - 1,\ n \in \mathcal{N},\ i = 1, \ldots, I, \tag{3.6c}$$

$$0 \le v_j^n \le v_{jt(n)}^{\max},\ 0 \le w_j^n \le w_{jt(n)}^{\max},\ 0 \le l_j^n \le l_{jt(n)}^{\max},\ n \in \mathcal{N},\ j = 1, \ldots, J, \tag{3.7a}$$

$$l_j^n = l_j^{n-} - v_j^n + \eta_j w_j^n + \gamma_j^n, \quad n \in \mathcal{N},\ j = 1, \ldots, J, \tag{3.7b}$$

$$l_j^0 = l_j^{\text{in}}, \quad l_j^n = l_j^{\text{end}}, \quad n \in \mathcal{N}_T,\ j = 1, \ldots, J, \tag{3.7c}$$

$$z_{kt(n)}^{\min} \le z_k^n \le z_{kt(n)}^{\max}, \quad n \in \mathcal{N},\ k = 1, \ldots, K, \tag{3.8}$$

$$\sum_{i=1}^I p_i^n + \sum_{j=1}^J (v_j^n - w_j^n) + \sum_{k=1}^K z_k^n \ge d^n, \quad n \in \mathcal{N}, \tag{3.9a}$$

$$\sum_{i=1}^{I}(u_i^n p_{it(n)}^{\max} - p_i^n) \geq r^n, \quad n \in \mathcal{N}. \tag{3.9b}$$

Die erwarteten Gewinne sind durch (3.5) gegeben, die Ungleichungen (3.6) beschreiben die Leistungsgrenzen und die Mindeststillstands-/Mindestlaufzeit-Restriktionen für die thermischen Einheiten, (3.7) modelliert die Leistungsgrenzen sowie die Dynamik der Füllstande der Pumpspeicherwerke. Lieferzeiträume und Bandbreiten der Liefer- und Bezugsverträge werden durch (3.8) abgebildet. Die Restriktionen (3.9) beschreiben die Forderungen nach Deckung der Last und der Reserveleistung. Die Nichtantizipativitätsbedingungen werden *implizit* durch das Szenariobaum-Modell behandelt (d.h., sie sind automatisch erfüllt).

Das stochastische Portfoliomanagementmodell (3.5)–(3.9) ist ein hochdimensionales gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsmodell. Für einen Szenariobaum mit $N := |\mathcal{N}|$ Knoten und $S := |\mathcal{N}_T|$ Szenarien enthält das Modell $(I+K)N$ Binär- und $(I+K+2J)N$ stetige Variable mit $(2+J)N + JS$ (Un-)Gleichheitsrestriktionen und $(I+K+3J)N$ Schrankenrestriktionen an die stetigen Variablen (wenn man die Restriktionen (3.6b)–(3.6c) und die Zielfunktion ignoriert).

Für solche großen gemischt-ganzzahligen linearen Modelle mit der Struktur stochastischer Programme werden gegenwärtig duale Dekompositionstechniken favorisiert (vgl. [21, 22]). In [8, 9, 17] wird ein dualer Dekompositionsansatz verwendet, der einer Lagrange Relaxation der verkoppelnden Restriktionen (3.9) im obigen Modell entspricht. Das resultierende nichtdifferenzierbare duale Problem der Dimension $2N$ wird mit proximalen Bündelverfahren gelöst ([14, 15]). Diese Verfahren führen zu einer sukzessiven Dekomposition in stochastische Teilprobleme für die einzelnen Erzeugereinheiten bzw. Verträge, die durch die Lagrange-Multiplikatoren koordiniert werden. Diese Vorgehensweise wurde durch schnelle Algorithmen zur Lösung der stochastischen Teilprobleme bzw. durch eine neue Lagrange-Heuristik komplettiert, die sämtlich die Szenariobaum-Struktur ausnutzen (vgl. [16]). In der gegenwärtigen Ausbauphase des Algorithmus in [16] sind jedoch stochastische Preise noch nicht berücksichtigt.

4 Testrechnungen

Die Testrechnungen wurden für das Portfolio-Management einer EVU mit hydrothermischem Kraftwerkssystem (4 thermische Blöcke, 2 PSW) unter Berücksichtigung der drei am Frankfurter Spotmarkt EEX gehandelten Kontrakte (Baseload, Peakload, Einzelstunden) durchgeführt. Exemplarisch betrachteten wir den stochastischen Prozeß ξ mit den Komponenten Last und Preise für die Spotmarkt-Kontrakte; ein Szenario stellt somit einen Vektor aus dem $\mathbb{R}^{4T}$ dar.

Zur Modellierung des Lastprozesses wurde eine Zeitreihe mit Stundenwerten für drei aufeinanderfolgende Jahre verwendet, zur Modellierung der Preisprozesse die Zeitreihen mit Tagesmittelwerten für Baseload-, Peakload- und Einzelstundenkontrakte seit Beginn des operativen Handels am EEX Spotmarkt im August 2000. Da die Zeitreihen der Preisprozesse nur einen Zeitraum von einem Jahr umfassen, wurden diese Daten dupliziert. Statistische Ausreißer durch Feiertage und missing observations wurden durch die Werte benachbarter Tage derselben Tageskategorie ersetzt. Mit graphischen und Clusteranalytischen Verfahren wurden anschließend vergleichbare Datensätze der Länge $T = 168$ (1 Woche im Stundenraster) bestimmt. Für die Modellierung der Datenprozesse einer Sommerwoche konnten 54 Datensätze ausgewählt werden. Die Datensätze wurden zunächst bereinigt und aufdatiert: Lastwerte eines Tages wurden mit der Differenz aus vorhergesagter und realisierter mittlerer Tageslast aufdatiert; Kontraktpreise mit der Differenz aus vorhergesagtem und realisiertem Wochenmittel. Die bereinigten Datensätze wurden als Datenszenarien für die Konstruktion der Szenariobäume verwendet ($S = 54$).

An der betrachteten Strombörse werden einmal am Tag die Auktionspreise für die Kontrakte der gehandelten Liefertage ermittelt. Daher wurden Szenariobäume gemäß der Methodik in §2.2 mit folgenden Modifikationen generiert: (a) Der deterministische Start des Szenariobaums umfaßt die Zeitintervalle des ersten Tages ($t = 1 \dots 24$ in den Testrechnungen). Die Werte wurden durch Mittelung der Szenariowerte gewonnen. (b) Nur das jeweils erste Intervall der Liefertage sind mögliche Verzweigungspunkte des Szenariobaums ($t_k = 24k$, $k = 1, \dots, 24$).
Die nachfolgende Tabelle enthält die Anzahl der Szenariobündel (die Kardinalität der Indexmengen I_1, I_{t_k+1} für $k = 1, \dots, 6$ in §2.2), die sich bei der Konstruktion der Szenariobäume für verschiedene Toleranzen ϵ_{rel} ergeben. Die erste bzw. letzte Zeile stellen dabei Extremfälle der Reduktion dar: keine Reduktion des Baumes in der ersten Zeile; in der letzten Zeile wird der Baum nur aus einem einzigen Szenario gebildet.

	Anzahl der Szenariobündel für Intervalle							
ϵ_{rel}	$1 \dots 24$	$25 \dots 48$	$49 \dots 72$	$73 \dots 96$	$97 \dots 120$	$121 \dots 144$	$145 \dots 168$	Knoten
0.0005	1	54	54	54	54	54	54	7800
0.001	1	53	54	54	54	54	54	7776
0.002	1	52	53	54	54	54	54	7728
0.003	1	51	52	53	54	54	54	7656
0.004	1	50	51	52	53	54	54	7560
0.005	1	49	50	51	52	53	54	7440
0.006	1	47	49	50	51	52	53	7272
0.007	1	28	45	46	47	48	49	6336
0.008	1	30	42	44	45	46	46	6096
0.009	1	28	38	41	42	44	45	5736
0.01	1	25	31	32	36	38	39	4848
0.05	1	6	7	7	7	8	8	1056
0.1	1	3	3	3	3	3	4	480
0.5	1	1	1	1	1	1	2	192
1	1	1	1	1	1	1	1	168

Exemplarisch für eine Vielzahl erzeugter Szenariobäume werden in Abbildung 2 die Komponenten eines Szenariobaumes für die Last und die Preisprozesse für $\epsilon_{\text{rel}} = 0.005$ dargestellt.

Die Algorithmen zur Generierung multivariater Szenariobäume sind in die Modellierungs- und Optimierungsumgebung GAMS (`http://www.gams.com`) eingebettet, in der die Portfolio-Management-Modelle gelöst werden.

Literatur

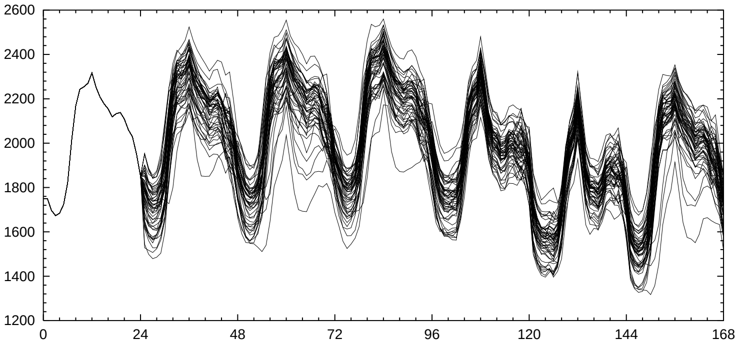
[1] Bacaud, L., Lemaréchal, C., Renaud, A., Sagastizábal, C.: Bundle methods in stochastic optimal power management: A disaggregated approach using preconditioners. *Computational Optimization and Applications* **20** (2001), 227–244.

[2] Bogensperger, J.H.: Wochenplanung in Stromhandel und Erzeugung. In: *Optimierung in der Energieversorgung. Planungsaufgaben in liberalisierten Energiemärkten*, VDI-Berichte 1508, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999, 183–189.

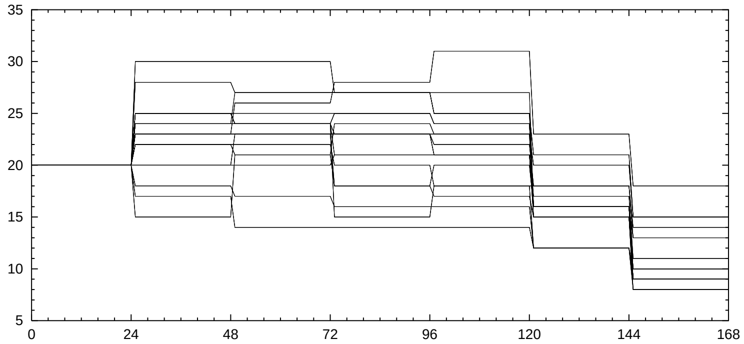
[3] Carpentier, P., Cohen, G., Culioli, J.-C., Renaud, A.: Stochastic optimization of unit commitment: A new decomposition framework. *IEEE Transactions on Power Systems* **11** (1996), 1067–1073.

[4] Dupačová, J., Consigli, G., Wallace, S.W.: Scenarios for multistage stochastic programs. *Annals of Operations Research* **100** (2000), 25–53.

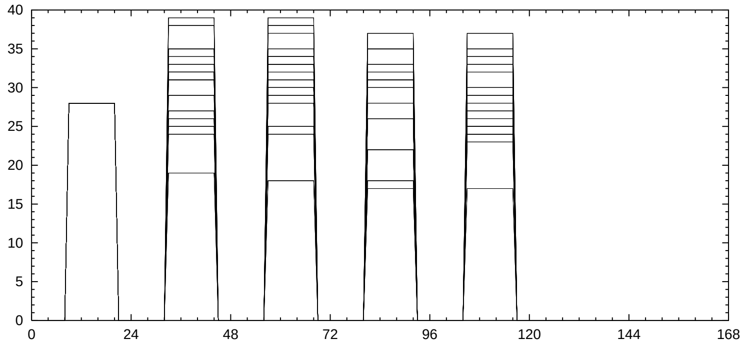
[5] Dupačová, J., Gröwe-Kuska, N., Römisch, W.: Scenario reduction in stochastic programming: An approach using probability metrics. Preprint 00-09, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 2000 und erscheint in *Mathematical Programming.*



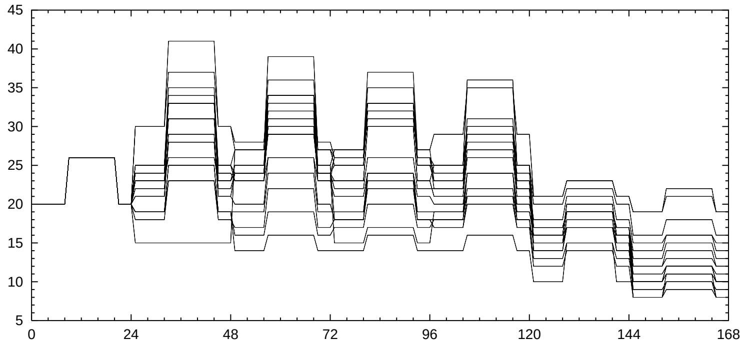
a) Szenariobaum für die Last



b) Szenariobaum für die Preise der Baseload-Blockkontrakte



c) Szenariobaum für die Preise der Peakload-Blockkontrakte



d) Szenariobaum für die Preise der Einzelstundenkontrakte

Abbildung 2: Komponenten eines Last-/Preis-Szenariobaums

[6] Dupačová, J., Gröwe-Kuska, N., Römisch, W.: Constructing scenario trees from simulation scenarios. Manuskript, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 2001 (in Vorbereitung).

[7] Fleten, S.-E., Wallace, S.W., Ziemba, W.T.: Hedging electricity portfolios via stochastic programming. In: *Decision Making under Uncertainty: Energy and Environmental Models*, IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Springer-Verlag (erscheint).

[8] Gröwe-Kuska, N., Nowak, M.P., Römisch, W., Wegner, I.: Optimierung eines hydro-thermischen Kraftwerkssystems unter Ungewissheit. *Optimierung in der Energieversorgung. Planungsaufgaben in liberalisierten Energiemärkten*, VDI-Berichte 1508, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999, 147–157.

[9] Gröwe-Kuska, N., Kiwiel, K.C., Nowak, M.P., Römisch, W., Wegner, I.: Power management in a hydro-thermal system under uncertainty by Lagrangian relaxation. Preprint 99-19, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 1999 und in *Decision Making under Uncertainty: Energy and Environmental Models*, IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Springer-Verlag (erscheint).

[10] Gröwe-Kuska, N., Nowak, M.P., Wegner, I.: Modeling of uncertainty for the real-time management of power systems. In: *Online Optimization of Large Scale Systems* (M. Grötschel, S.O. Krumke, J. Rambau eds.), Springer-Verlag, Berlin, 2001, 621–645.

[11] Heitsch,H., Römisch, W.: Scenario reduction algorithms in stochastic programming. Preprint 01-8, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 2001.

[12] Høyland, K., Wallace, S.W.: Generating scenario trees for multi-stage decision problems. *Management Science* **47** (2001), 295–307.

[13] Krasenbrink, B., Nießen, S., Haubrich, H.-J.: Risikomanagement in Stromerzeugung und -handel. In: *Optimierung in der Energieversorgung. Planungsaufgaben in liberalisierten Energiemärkten*, VDI-Berichte 1508, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999, 53–62.

[14] Kiwiel, K.C.: Proximity control in bundle methods for convex nondifferentiable minimization. *Mathematical Programming* **46** (1990), 105–122.

[15] Lemaréchal, C.: Lagrangian decomposition and nonsmooth optimization: Bundle algorithm, prox iteration, augmented Lagrangian. *Nonsmooth Optimization, Methods and Applications* (F. Giannessi ed.), Gordon and Breach, Philadelphia, 1992, pp. 201–216.

[16] Nowak, M.P.: *Stochastic Lagrangian Relaxation in Power Scheduling of a Hydro-Thermal System Under Uncertainty.* Dissertation, Institut für Mathematik, Humboldt-Universität Berlin, 2000.

[17] Nowak, M.P., Römisch, W.: Stochastic Lagrangian relaxation applied to power scheduling in a hydro-thermal system under uncertainty. *Annals Operations Research* **100** (2000), 251–272.

[18] Philpott, A.B., Craddock, M., Waterer, H.: Hydro-electric unit commitment subject to uncertain demand. *European Journal of Operational Research* **125** (2000), 410–424.

[19] Pflug, G.C.: Scenario tree generation for multiperiod financial optimization by optimal discretization. *Mathematical Programming* **89** (2001) 251–271.

[20] Rachev, S.T.: *Probability Metrics and the Stability of Stochastic Models.* Wiley, Chichester, 1991.

[21] Römisch, W.: Optimierungsmethoden für die Energiewirtschaft: Stand und Entwicklungstendenzen. In: *Optimierung in der Energieversorgung*, VDI-Berichte 1627, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2001 (erscheint).

[22] Römisch, W., Schultz, R.: Multistage stochastic integer programs: An introduction. In: *Online Optimization of Large Scale Systems* (M. Grötschel, S. Krumke, J. Rambau eds.), Springer-Verlag, Berlin, 2001, 579–598.

[23] Takriti, S., Krasenbrink, B., Wu, L.S.-Y.: Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem. *Operations Research* **48** (2000) 268–280.

[24] Vitoriano, B., Cerisol, S., Ramos, A.: Generating scenario trees for hydro inflows. In: Proceedings of the 6th International Conference Probabilistic Methods Applied to Power Systems PMAPS 2000, Volume 2, INESC Porto, 2000.