

Antennenaufgabe

Aufgabenstellung:

Ein Haus hat die Form eines Quaders mit aufgesetztem symmetrischen Walmdach (siehe Abb. 4.61 im Buch; Maße in Meter).

- Gib eine Koordinatengleichung der Ebene E an, welche die Dachfläche $Q_3Q_4R_2$ enthält. Berechne den Winkel, den die Dachkante Q_3R_2 mit der Hauskante P_3Q_3 bildet. Berechne den Winkel, den die Ebene E mit der Hauskante P_3Q_3 bildet. Berechne den Winkel, den die Dachfläche $Q_3Q_4R_2$ mit der Dachfläche $Q_2Q_3R_2R_1$ bildet.
- S ist der Schwerpunkt der Dachfläche $Q_3Q_4R_2$. In S ist nach außen eine 5 m lange gerade Antenne ST angebracht, die senkrecht auf dieser Dachfläche steht. Wie hoch liegt T über dem Erdboden? Die rückwärtige Verlängerung der Antenne endet im Punkt T^* der Dachbodenfläche $Q_1Q_2Q_3Q_4$. Wie lang ist das im Dachraum befindliche Stück ST^* ?
- In der Verlängerung der Hauskante P_3Q_3 befindet sich eine 8 m lange Antenne Q_3U . Die Antennen ST und Q_3U sollen durch einen möglichst kurzen Draht miteinander verbunden werden. Zeige, dass die Befestigungspunkte dieses Drahtes zwischen S und T bzw. Q_3 und U liegen. Bestimme die Länge des Drahtes.
- Ein möglichst kurzes Kabel beginnt im Mittelpunkt der Dachkante Q_3R_2 , überquert den First R_1R_2 und endet in Q_1 . In welchem Punkt überquert das Kabel den First? (Anleitung: Drehe die beiden Dachflächen, auf denen das Kabel verläuft, in eine gemeinsame Ebene.)

Lösungshinweise:

Hausecken $P_1(0|0|0)$, $P_2(10|0|0)$, $P_3(10|12|0)$, $P_4(0|12|0)$, $Q_1(0|0|0)$, $Q_2(10|0|5)$, $Q_3(10|12|5)$, $Q_4(0|12|5)$, $R_1(5|3|9)$, $R_2(5|9|9)$.

- Ebene E : $4x_2 + 3x_3 = 63$ (parallel zur x_1 -Achse)
Winkel zwischen Dach- und Hauskante $\approx 124,4^\circ$.
Winkel zwischen Ebene E und Hauskante $\approx 36,9^\circ$.
Dachfläche $E_1 = Q_2Q_3R_2R_1$: $4x_1 + 5x_3 = 65$ (parallel zur x_2 -Achse)
Dachflächenwinkel $\approx 117,9^\circ$.
- Abstand von T über dem Erdboden = x_3 -Koordinate von T ; T liegt $9\frac{1}{3}$ m über dem Erdboden.
Das im Dachraum befindliche Stück ST^* hat die Länge $2\frac{2}{9}$ m
- Die Lotfußpunkte sind $F_1 = (5|12|\frac{85}{12})$ und $F_2 = (10|15|\frac{85}{12})$.
Es gilt $S = (5|11|\frac{19}{3})$ und $T = (5|15|\frac{28}{3})$. Folglich liegen F_1 zwischen S und T und F_2 zwischen Q_3 und U .
- Der fragliche Mittelpunkt sei M_1 .
Man kann die Dachfläche $Q_1Q_4R_2R_1$ um die Achse R_2R_1 in die Ebene der Dachfläche $Q_2Q_3R_2R_1$ drehen. Q_1' sei das Bild von Q_1 dabei. Die Gerade $Q_1'M_1$ schneidet den First im Punkt $H(5|7|9)$.