

PROBEKLAUSUR

Mittwoch/Donnerstag, 21./22. 06. 2017

(90 Minuten)

Name:

Vorname:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\sum_1^3 + \max(\text{Aufgabe 4}, \text{Aufgabe 5})$
Punkte	4	3	5	5	5	17
erreichte Punkte						
Korrektor						

Hinweise:

1. Bitte zu Beginn das Deckblatt vollständig und gut lesbar ausfüllen.
2. Bitte fangen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt an. Schreiben Sie Ihre Lösung in blauer oder schwarzer Tinte.
3. Versehen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Matrikelnummer.
4. Alle Schritte sollten möglichst gut begründet werden.
5. Nach Beendigung der Klausur sind die Aufgabenblätter, die gelösten Aufgaben, sowie alle Schmierzettel abzugeben! Die Aufgabenblätter sind durchnummerieren. Unterschreiben Sie auf der letzten Seite. Streichen Sie durch, was nicht zu bewerten ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Begründen Sie Ihre Antwort zu Aufgabe 1 kurz durch für zwei der drei Fragen b), e), j).

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Seien X und $X_n, n \in \mathbb{N}$, reellwertige Zufallsvariablen auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

- a) Definieren Sie, was es bedeutet, dass die Folge $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ stochastisch gegen X konvergiert. (1P)
- b) Formulieren und beweisen Sie die Markov-Ungleichung.
Zeigen Sie damit, dass aus L^1 -Konvergenz $X_n \xrightarrow{L^1} X$ die Konvergenz in Wahrscheinlichkeit $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} X$ folgt. (2P)
- c) Formulieren und beweisen Sie das schwache Gesetz der Großen Zahlen. (2P)

Lösen Sie eine der beiden folgenden Aufgaben 4 und 5.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Seien X und Y reellwertige Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2e^{-x-y}, & \text{falls } 0 < y < x, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Haben die Randverteilungen von X und Y jeweils eine Dichte? Falls ja, berechnen Sie diese. (3P)
- b) Sind X und Y unkorreliert? (2P)

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Der Kapitän einer Fußballmannschaft ist in 70% der Spiele in guter Form, bei 20% in mäßige Form und bei 10% in schlechter Form. In diesen Fällen sind die Siegchancen der Mannschaft jeweils 70%, 40% beziehungsweise 20%.

- a) Stellen Sie ein geeignetes Wahrscheinlichkeitsmodell $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ auf. Geben Sie an, welche Elemente aus \mathcal{F} definieren die Ereignisse aus b) und c) repräsentieren? (1P)
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft ihr erstes Bundesliga-Spiel gewinnt. (2P)
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Kapitän bei einem Bundesliga-Spiel in guter Form ist, obwohl die Mannschaft das Spiel nicht gewinnt. (2P)