Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. A. Griewank Ph.D.; Dipl.Math. T.Bosse

Übungsaufgaben zur Vorlesung COMA (S 14) Serie 2

Abgabe bis 05.05.2014

Aufgabe 2.0: (20 Punkte)

Schreiben Sie die folgende Routinen in Java, welche die grundlegenden Matrix-, Vektor- und Matrix-Vektor Operationen beinhalten. Halten Sie sich dabei an die vorgegebenen Signaturen:

- `public static void printvec(int n, double v[])`:
  Ausgabe des Vektors $v \in \mathbb{R}^n$ als ein Zeilenvektor
- `public static double[] scalvec(int n, double v[], double s)` :
  Multiplikation $sv \in \mathbb{R}^n$ des Vektors $v \in \mathbb{R}^n$ mit einem Skalar $s \in \mathbb{R}$
- `public static double[] vecaddvec(int n, double v[], double u[])`:
  Addition $u + v \in \mathbb{R}^n$ der Vektoren $v, u \in \mathbb{R}^n$
- `public static double vectransmultvec(int n, double v[], double u[])`:
  Skalarprodukt $v^\top u \in \mathbb{R}$ der Vektoren $v, u \in \mathbb{R}^n$
- `public static double[] matmultvec(int n, int m, double A[][], double v[])`:
  Berechnung des Matrix-Vektor-Produkts $Av \in \mathbb{R}^n$ mit $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ und $v \in \mathbb{R}^m$
- `public static double[] vectransmultmat(int n, int m, double A[][], double v[])`:
  Berechnung des Vektor-Matrix-Produkts $v^\top A \in \mathbb{R}^m$ mit $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ und $v \in \mathbb{R}^n$
- `public static void printmat(int n, int m, double A[][])` :
  (Zeilen- und Spalten-)Ausgabe der Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$
- `public static double[][] scalmat(int n, int m, double A[][], double s)`:
  Multiplikation $sA \in \mathbb{R}^{n\times m}$ der Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ mit einem Skalar $s \in \mathbb{R}$
- `public static double[][] mataddmat(int n, int m, double A[][], double B[][])` :
  Addition $A + B \in \mathbb{R}^{m\times n}$ der Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{n\times m}$
- `public static double[][] matmultmat(int n, int k, int m, double A[][], double B[][])`:
  Multiplikation $AB \in \mathbb{R}^{n\times m}$ der Matrizen $A \in \mathbb{R}^{n\times k}$ und $B \in \mathbb{R}^{k\times m}$
- `public static double[][] transpose(int n, int m, double A[][])` :
  Transponierung $A^\top \in \mathbb{R}^{m\times n}$ der Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$

Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine quadratische Matrix und $u, v \in \mathbb{R}^n$ zwei Vektoren. Berechnen Sie mittels der obigen Methoden die beiden mathematisch äquivalenten Ausdrücke

$$v^\top \frac{\left(A + A^\top\right)^2}{2} u \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{2}\left[(v^\top A)(Au + A^\top u) + (v^\top A^\top)(Au + A^\top u)\right]$$

für die folgenden Werte

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}, \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad \text{und} \quad u = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

Lassen Sie sich die Zwischenergebnisse der Methoden und die beiden Resultate ausgeben. Stimmen die Resultate überein und/oder macht es Sinn eine der beiden Berechnungsvorschrift (im Allgemeinen) zu bevorzugen? Begründen Sie ihre Aussagen. Wiederholen Sie dafür die Auswertung der beiden Ausdrücke für beliebige Matrizen der Dimension $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ und berechnen Sie die jeweilige Gesamtanzahl der benötigten elementaren Additionen, Multiplikationen und Speicherzugriffe mittels geeigneter 'globaler' Variablen.
Hinweis: Bei dem zweiten Ausdruck können einige Operationen eingespart werden, wenn Zwischenergebnisse wiederverwendet werden.