



Übungsaufgaben zur Vorlesung
COMA (S 14)
Serie 3

Abgabe bis 12.05.2014

Aufgabe 3.1: (10 Punkte)

Implementieren Sie für eine gegebene Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und einen Startvektor $v^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ mit $Av^{(0)} \neq 0$ die Potenzmethode, welche den zum betragsmäßig grössten Eigenwert λ_{max} gehörenden Eigenvektor $v_{max} \in \mathbb{R}^n$ bestimmt. Schreiben Sie dazu die Methoden

- `public static double[] powermethod1(int n, double A[][], double v[], double eps)`
- `public static double[] powermethod2(int n, double A[][], double v[], double eps)`

welche v_{max} mittels der beiden Vorschriften

$$v^{(k+1)} = \frac{Av^{(k)}}{\|Av^{(k)}\|_2} \quad \text{bzw.} \quad v^{(k+1)} = \frac{A^{k+1}v^{(0)}}{\|A^{k+1}v^{(0)}\|_2}$$

berechnen. Wählen Sie als Abbruchkriterium für beide Vorschriften $\|Av^{(k)} - \lambda^{(k)}v^{(k)}\|_2 < \varepsilon$ mit $\varepsilon = 10^{-8}$, wobei $\lambda^{(k)} \in \mathbb{R}$ der Rayleighkoeffizient

$$\lambda^{(k)} = \frac{v^{(k)\top} Av^{(k)}}{\|v^{(k)}\|_2^2}$$

in der k -ten Iteration ist. Diese Iteration konvergiert von fast allen Anfangsvektoren und unter bestimmten Voraussetzungen an die Matrix A . Hinreichend ist zum Beispiel, dass A symmetrisch oder komponentenweise nicht negativ ist. Was passiert, wenn A durch $-A$ ersetzt wird? Erörtern Sie die Frage theoretisch und experimentell.

Aufgabe 3.2: (10 Punkte)

Die Gerüchteküche broddelt. Neue Nachrichten machen in dem Freundeskreis bestehend aus Person A, B, C und D die Runde. Die Wahrscheinlichkeit, dass

- Person A die Nachricht für sich behält beträgt 25% und jeweils 25%, dass er/sie die Information an B,C oder D weitergibt;
- Person B die Nachricht für sich behält beträgt 45%, jedoch gibt er/sie die Information mit 30% an A und mit 15% bzw. 10% an C und D weiter;
- Person C die Nachricht für sich behält beträgt 5% , jedoch gibt er/sie die Information mit 30% an A und mit 35% bzw. 30% an B und D weiter;
- Person D die Nachricht für sich behält beträgt 35%, jedoch gibt er/sie die Information mit 15% an A und mit 15% bzw. 35% an B und C weiter.

Wen von den vier Personen sollte man Fragen, wenn man an Neuigkeiten interessiert ist? Nehmen Sie dazu an, dass sich die Freunde jeden Tag zu gleicher Zeit eine Email schreiben, in welcher sie die Information mit oben genannten Wahrscheinlichkeit teilen.

Stellen Sie dazu die stochastische Übergangsmatrix A auf und berechnen Sie den zum betragsmäßig grössten Eigenwert λ_{max} gehörenden Eigenvektor $v_{max} \in \mathbb{R}^n$ mit den beiden Methoden aus der ersten

Aufgabe. Wiederholen Sie die Berechnung für 10 zufällig verteilte, nicht negative Startvektoren $v^{(0)}$ mit $\|v^{(0)}\|_2 = 1$. Lassen Sie sich die entsprechenden Rayleighquotienten in jedem Durchlauf ausgeben und visualisieren Sie diese.