HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Institut für Mathematik
Prof. PhD. A. Griewank

Mathematik für Informatiker III
– WS 07/08 –
Übungsblatt 2

Abgabe 19.11.2007

Aufgabe 1:

Wir betrachten die Rosenbrock-Funktion $f(x_1, x_2) := 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$.

a) Berechnen Sie $F(x_1, x_2) := \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}\right)$.

b) Führen Sie zur Berechnung von $F(x_1, x_2) = (0, 0)$ mindestens zwei Newton-Iterationen mit dem Startpunkt $(0, 0)$ durch.

Aufgabe 2:

Sei $X := \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ und $f : X \to X$ definiert durch $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in X$ gilt $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|$, aber f keinen Fixpunkt in X besitzt.

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie mit einer Genauigkeit von mindestens 10^{-2} die reelle Lösung der Gleichung

$$f(t) := \frac{1}{2}e^{-t} = t$$

1. durch Newton-Iteration mit geeignet gewähltem Startpunkt;
2. mit Hilfe der Fixpunkt-Iteration $t_{k+1} = f(t_k)$ auf einer passenden konvexen Menge M mit $f : M \to M$ kontraktiv (Banachscher Fixpunktsatz).

Aufgabe 4:

a) Berechnen Sie alle Lösungen $x(t)$ der Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) - 4x(t) = -3e^{-3t}.$$

b) Berechnen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\dot{x}(t) = \frac{x(t)\log(x(t))}{t \log t} \quad \text{mit} \quad x(2) = 8.$$