Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. PhD. A. Griewank

Mathematik für Informatiker III
– WS 07/08 –
Übungsblatt 5

Abgabe bis

Aufgabe 1:

In einer Urne befinden sich eine schwarze und drei weiße Kugeln. Es werden gleichzeitig zwei zufällige Kugeln gezogen.

a) Welche Versuchsergebnisse sind möglich?

b) Nennen Sie ein Ereignis das mit Wahrscheinlichkeit 1 sowie eines das mit Wahrscheinlichkeit 0 eintritt.

c) Es sei A das Ereignis, dass man zwei Kugeln verschiedener Farbe zieht. Welches Ereignis wird durch A^c beschrieben?

d) Geben Sie zwei verschiedene Ereignisse an, die gleichzeitig eintreten können. Geben Sie zwei Ereignisse an, die nicht gleichzeitig eintreten können.

Aufgabe 2:

Der HU-Senat besteht aus 25 Mitgliedern, davon sind 13 Professoren und 12 Nichtprofessoren (Studierende, wissenschaftliche und sonstige Mitarbeiter).

1. Der Ereignisraum sei das mögliche Stimmverhalten in diesem Gremium, wobei jedes Mitglied mit „Ja“ oder „Nein“ stimmen kann.
   a) Wieviele Elementarereignisse gibt es?
   b) Wir nehmen nun an, dass jedes Elementarereignis gleichwahrscheinlich ist. Was sind dann die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass:
      A Die Mehrheit mit „Ja“ stimmt.
      B Die Mehrheit der Professoren mit „Jaßtimmt.
      C A und B gleichzeitig gelten.
      D Insgesamt eine Zweidrittel-Mehrheit mit „Ja“ stimmt.

   Was ändert sich, wenn auch Enthaltungen möglich und gleich wahrscheinlich sind?

2. Die 13 Professoren des HU-Senats werden aus den 350 Professoren der Humboldt-Universität und die 12 Nichtprofessoren aus 38.000 Studierenden und Mitarbeitern gewählt.
   a) Wieviele grundsätzlich mögliche verschiedene Senatszusammensetzungen gibt es dann (Urne ohne Zurücklegen)?
   b) Wieviele Möglichkeiten gibt es die 25 Mitglieder in 2 Fraktionen aufzuteilen? Wieviele sie in 3 Fraktionen aufzuteilen?

Aufgabe 3:

Berechnen Sie nur mit Hilfe der Definition einer Wahrscheinlichkeitsverteilung P die Wahrscheinlichkeit, dass genau eines von zwei Ereignissen A und B eintritt, in Abhängigkeit von den Wahrscheinlichkeiten für A, B sowie dem gemeinsamen Eintreten von A und B.

Aufgabe 4:

a) Ein fairer Würfel wird viermal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einmal eine Sechs fällt?

b) Jetzt werden zwei Würfel (gleichzeitig) 24 mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens zwei Sechsen zu würfeln?

Aufgabe 5:

Es seien $A =$ „Augenzahl 6“ und $B =$ „Augenzahl größer als 3“ Ereignisse beim Würfeln mit einem fairen Würfel. Berechnen Sie $P(A \cup B)$ und $P(A \cup B^c)$. Welche Ereignisse schließen einander aus?

Aufgabe 6:

Eine Kiste enthält 120 Äpfel, von denen genau elf wurmstichig sind. Wenn man 20 Äpfel davon zufällig auswählt, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei wurmstichige Äpfel genommen werden?

Aufgabe 7:

Von drei Karten ist eine beiderseits schwarz, die andere beiderseits weiß und die dritte hat eine schwarze und eine weiße Seite. Eine Karte wird zufällig gezogen und auf den Tisch gelegt. Ihre obere Seite ist schwarz. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihre untere Seite weiß ist?

Aufgabe 8:

Ein Schnelltest zur Bestimmung des Blutalkoholgehaltes von Autofahrern soll klären, ob dieser mindestens 0.5 Promille oder weniger beträgt. Der Test liefert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% ein positives Ergebnis, wenn der Alkoholgehalt im Blut des Fahrers mindestens 0.5 Promille beträgt, und er fällt mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% negativ aus, wenn der Alkoholgehalt niedriger als 0.5 Promille ist. Es ist bekannt, dass 5% aller Autofahrer „betrunken fahren“, also mit mindestens 0.5 Promille Alkohol im Blut unterwegs sind. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) der Test bei einem zufällig ausgewählten Autofahrer positiv ausfällt?

b) ein getesteter Fahrer weniger als 0.5 Promille Alkohol im Blut hat, wenn sein Test positiv ausfällt?

c) ein getesteter Fahrer mindestens 0.5 Promille Alkohol im Blut hat, obwohl sein Test negativ ausfällt?