Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Prof. PhD. A. Griewank

Mathematik für Informatiker III
– WS 07/08 –
Übungsblatt 7

Abgabe bis 7. Februar 2008

Diese Übung soll die Anforderung der Klausur repräsentieren. Sie sollte aber nicht die einzige Vorbereitung sein. Wer Übungsaufgaben sucht, findet Sie im Internet oder in Übungsbüchern in der Bibliothek. Zum Beispiel befinden sich unter
http://www.mathematik.hu-berlin.de/~gaggle/S07/MATHINF/
die Übungsaufgaben des letzten Semesters.

Aufgabe 1:
Die Funktion f sei definiert durch

$$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})}{e^{-x} + \frac{1}{x}}.$$

a) Zeigen Sie, dass $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$ gilt.

b) Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ auf Konvergenz.

Aufgabe 2:
Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}(x+3)^n$$

konvergiert.

Aufgabe 3:
Berechnen Sie die Werte der Integrale

1. $\displaystyle\int_0^1 x \cdot \sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_0^\pi x \cdot \cos x\,\mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 4:
Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

1. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2+1)(\cos x - 1)}{\sin(x^2)}$
2. $\displaystyle\lim_{x\to \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$
3. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$

Aufgabe 5: Lösen Sie die folgende Differentialgleichung

$$y' = -\gamma\sqrt{y}, \quad y(0) = y_0 > 0.$$

Aufgabe 6: Beschreiben Sie an der Differentialgleichung

$$y' = \frac{y}{x} + x, \quad y(1) = 1$$

das explizite Euler-Verfahren. Die folgenden Dinge sollten Sie dazu beachten.

a) Verdeutlichen Sie ihre Argumentation an einer Skizze.

b) Lösen Sie die Differentialgleichung analytisch.

c) Stellen Sie die ersten 3 Schritte des Euler-Verfahrens grafisch da.

Aufgabe 7:
Prof. Griewank bekommt regelmäßig Emails von Studenten und Kollegen. Von den 40 Emails, die er jeden Tag bekommt, sind aber auch 15 Spam-Mails. Nach einem Jahr stört in das gewaltig und er analysiert die Wörter in den Spam-Mails. Dabei kommt 'raus, dass in 30% aller Spam-Mails das Wort „free" vorkommt, aber nur in 1% der anderen Nachrichten.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Mail Spam, wenn sie das Wort „free" enthält?

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848
e-mail: griewank@math.hu-berlin.de Internet-Seite: http://www.math.hu-berlin.de/~gaggle/S07/MATHINF