HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. A. GRIEWANK
DR. L. LEHMANN; DIPL.-MATH. CARSTEN FALK

Übungsaufgaben zur Analysis IIIa (WS 09/10)
Serie 8

Abgabe am Mo., 14. Dezember vor der Vorlesung

Aufgabe 8.1: *2+4 Punkte*

Bestimmen Sie für die Lösungen der folgenden IVPs die ersten 5 Glieder einer Potenzreihenentwicklung in den jeweiligen Anfangspunkten:

(a) $y''(x) + (x+1)y'(x) - y(x) = (x+1)^2 \quad$ mit $y(-1) = 2$ und $y'(-1) = -2$.

(b) $y''(x)y(x) = x\cos x \quad$ mit $y(0) = \frac{1}{6} = y'(0)$.

Aufgabe 8.2: Tschebycheff-Gleichung: *4 Punkte*

$$(1-x^2)y'' - xy' + m^2y = 0$$

Lösen Sie die Gleichung durch Potenzreihenansatz um $x_0 = 0$, bestimmen Sie die explizite Gestalt der Koeffizienten. Bestimmen Sie die Polynomlösungen für $m = 0, 1, 2, 3$.

Aufgabe 8.3: Hermite-Gleichung: *4 Punkte*

$$y''(x) - 2xy'(x) + my(x) = 0.$$

Bestimmen Sie zwei Basislösungen durch Potenzreihenansatz um $x_0 = 0$. Zeigen Sie, dass für $m = 2n$ Polynomlösungen vom Grad n existieren. Versuchen Sie, für $m = 0$ und $m = 2$ eine zweite Basislösung geschlossen dazustellen.

Aufgabe 8.4: *4 Punkte*

Zeigen Sie, dass $t = 0$ eine schwach singuläre Stelle der Differentialgleichung

$$3t\ddot{x} - (t-2)\dot{x} - 2x = 0$$

ist. Bestimmen Sie die ersten 4 Koeffizienten der Reihenentwicklung zweier linear unabhängiger Lösungen für $t > 0$.