SS 2024 Marc Kegel

Differentialtopologie

Blatt 5

Aufgabe 1.
Berechnen Sie die Homologiegruppen (mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}_2$, in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{Z}$) von geschlossenen zusammenhängenden Flächen.

Aufgabe 2.
Klassifizieren Sie kompakte 1-Mannigfaltigkeiten.

Aufgabe 3.
Sei M eine glatte kompakte Mannigfaltigkeit. Dann ist $H_0(M)$ isomorph zu $\mathbb{Z}^k$ wobei k die Anzahl der Zusammenhangskomponenten von M ist.

Bonusaufgabe 1.
Eine geschlossene n-Mannigfaltigkeit M is orientierbar genau dann, wenn $H_n(M)$ isomorph zu $\mathbb{Z}$ ist. Welchen isomorphietyp hat $H_n(M)$ wenn M nicht orientierbar ist?

Bonusaufgabe 2.
Sei $G_1, \dots, G_n$ eine beliebige Sequenz von endlich präsentierten abelschen Gruppen. Beschreiben Sie eine glatte Mannigfaltigkeit M, so dass $H_k(M)$ isomorph zu G_k ist.

Bonusaufgabe 3.
Falls Sie vorher schon andere Versionen von Homologietheorien gesehen haben, zeigen Sie, dass die Henkelhomologie einer glatten Mannigfaltigkeit isomorph ist zu diesen anderen Versionen von Homologie.