

# Kirby-Kalkül

## Übungsblatt 7

### Aufgabe 1.

Zeigen Sie, dass die Kirby-Diagramme aus Abbildung 1 dieselben kompakten 4-Mannigfaltigkeiten mit Rand beschreiben.

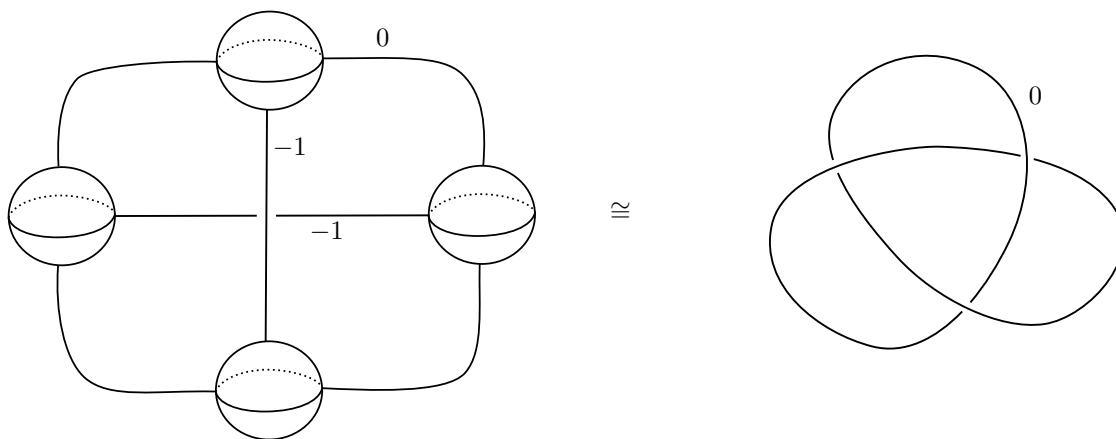


Abbildung 1: Zwei verschiedene Kirby-Diagramme derselben kompakten 4-Mannigfaltigkeit mit Rand. Die Rahmungskoeffizienten der 2-Henkel im linken Kirby-Diagramm werden bezüglich der Tafelrahmung beschrieben.

### Aufgabe 2.

Welche Mannigfaltigkeiten werden durch das Kirby-Diagramm aus Abbildung 2 beschrieben?

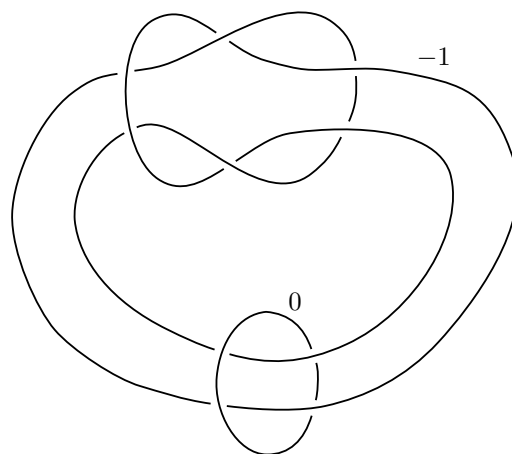


Abbildung 2: Ein Kirby-Diagramm einer geschlossenen 4-Mannigfaltigkeit.

### Aufgabe 3.

Wir bezeichnen die kompakte 4-Mannigfaltigkeit mit Rand gegeben durch das linke Kirby-Diagramm in Abbildung 3 mit  $P$ . Weiter Sei  $Q$  die kompakte 4-Mannigfaltigkeit mit Rand gegeben durch das rechte Kirby-Diagramm aus Abbildung 3.

Zeigen Sie, dass  $P \# \mathbb{C}P^2$  diffeomorph zu  $Q \# \mathbb{C}P^2 \#_7(-\mathbb{C}P^2)$  ist.

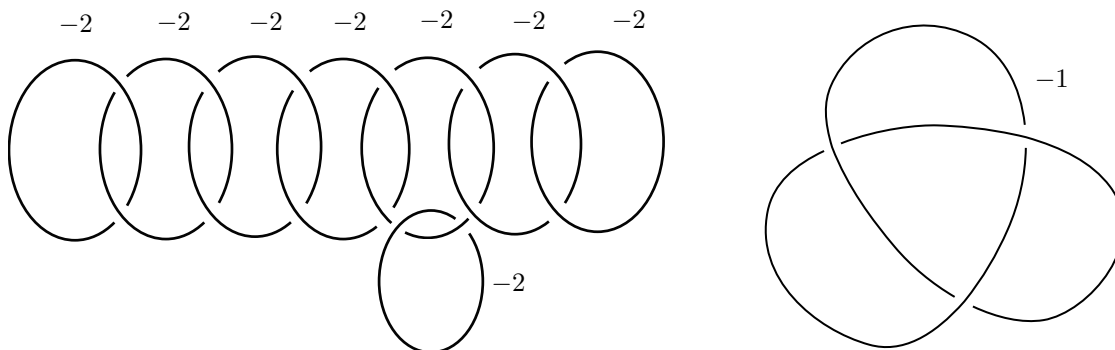


Abbildung 3: Kirby-Diagramme der kompakten 4-Mannigfaltigkeiten  $P$  (links) und  $Q$  (rechts).

### Aufgabe 4.

- Wie führt man 2-Henkelbewegungen von mehreren parallelen Strängen von Anklebeknoten der 2-Henkel gleichzeitig aus? Beschreiben Sie Beispiele und beweisen Sie ein allgemeines Resultat.
- Beschreiben Sie eine Version von Lemma 5.1 aus der Vorlesung bei dem die Anklebeknoten der 2-Henkel auch mehrmals durch den  $(\pm 1)$ -gerahmten Unknoten laufen dürfen.

### Bonusaufgabe 1.

Diskutieren Sie  $S^2$ -Bündel über allgemeinen Flächen vom Geschlecht  $g$ . Gehen Sie dazu analog zum Beweis von Satz 5.3 aus der Vorlesung vor.

### Bonusaufgabe 2.

Beschreiben Sie die Effekte von Kirby-Bewegungen auf die Schnittform. Starten Sie mit dem Fall eines Kirby-Diagramms ohne 1- und 3-Henkel.

### Bonusaufgabe 3.

Beweisen Sie die Formel für die Änderung des Rahmungskoeffizienten bei einer 2-Henkelbewegung, indem Sie Rahmungen durch parallele Knoten darstellen.