Stochastik I
Sommersemester 2018
Humboldt-Universität zu Berlin

Prof. Dr. Dörte Kreher
M.Sc. Todor Bilarev
Dipl.-Math. Peter Frentrup

Aufgaben - besprochen in den Übungen 21.05.18 – 25.05.18

Aufgabe 1
Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum mit Ereignissen $A, B, C \in \mathcal{F}$.

a) Zeigen Sie: A ist genau dann unabhängig von sich selbst, wenn $\mathbb{P}(A) \in \{0, 1\}$.

b) Seien A, B, C unabhängig und $\mathbb{P}(A \cap B) \neq 0$.
Zeigen Sie, dass dann $\mathbb{P}(C \mid A \cap B) = \mathbb{P}(C)$.

c) Seien A, B, C unabhängig, mit $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{10}$, $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{5}$ und $\mathbb{P}(C) = \frac{3}{10}$.
Berechnen Sie $\mathbb{P}\big((A^c \cap B^c) \cup C^c\big)$.

d) Sei $\mathbb{P}(A) > 0$. Zeigen Sie dass dann $\mathbb{P}\big(A \cap B \,\big|\, A \cup B\big) \leq \mathbb{P}\big(A \cap B \,\big|\, A\big)$.

e) Wir nennen Ereignisse $(A_i)_{i \in I} \subset \mathcal{F}$ *bedingt unabhängig* gegeben ein Ereignis $B \in \mathcal{F}$ mit $\mathbb{P}(B) > 0$, falls sie bzgl. $\mathbb{P}(\cdot \mid B)$ unabhängig sind. Folgt aus der Unabhängigkeit der $(A_i)_{i \in I}$ die bedingte Unabhängigkeit der $(A_i)_{i \in I}$? Gilt die Umkehrung?

Aufgabe 2
Die Professoren Schmidt, Mayer und Schulze teilten sich die Prüfungszeit im Sommer 2017 folgendermaßen auf:

2 Tage Schmidt, 3 Tage Meyer, 4 Tage Schulze.

Die langjährigen Durchfallquoten sind bei

Schmidt 8/9, Mayer 1/2, Schulze 1/3.

Am 31. Juli 2017, bestand einer der drei Kandidaten des Tages seine Prüfung. Welcher der drei Professoren war mit der größten Wahrscheinlichkeit an diesem Tag der Prüfer?