Prof. Klaus Mohnke
Viktor Fromm, Ph.D.
Dr. Josua Groeger
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 10

Elementargeometrie SS 2012

Abgabe: 20.6.2012

Beweisen Sie bei den unten stehenden Aufgaben 2 und 4 jeweils, dass das von Ihnen konstruierte Objekt die geforderten Eigenschaften besitzt. Diskutieren Sie die Existenz sowie die Anzahl der möglichen Lösungen. Kongruente Objekte werden dabei als dieselbe Lösung betrachtet.

Aufgabe 1
Seien A,B,C drei paarweise verschiedene Punkte auf einem Kreis. Zeigen Sie, dass die Winkelhalbierende von $\measuredangle(BAC)$ die Mittelsenkrechte der Strecke BC in einem Punkt auf dem Kreis schneidet.
Hinweis: Benutzen Sie den Umfangswinkelsatz.

Aufgabe 2.
In der Ebene seien ein Punkt, eine Gerade und eine Strecke gegeben. Geben Sie eine Konstruktion eines Kreis mit Zirkel und Lineal an, dessen Radius kongruent zur gegebenen Strecke ist, der durch den Punkt geht und der tangential an die Gerade ist.

Aufgabe 3.
Es sei $D \in AB$ der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden eines gegebenen Winkels $\measuredangle(ACB)$ mit der gegenüberliegenden Seite. Es sei E ein Punkt mit $C \in AE$ und $CB \cong CE$. Zeigen Sie, dass die Geraden $G(C, D)$ und $G(E, B)$ parallel sind. Folgern Sie daraus die Gleichheit von Streckenverhältnissen

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{CB}.$$

Aufgabe 4.
Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal ein Dreieck für das zwei Seiten und die zwischen ihnen liegende Winkelhalbierende, d.h. der Abschnitts der Winkelhalbierenden des Innenwinkels, der von dem Dreieck eingeschlossen wird, kongruent zu vorgegebenen Strecken sind.
Hinweis: Sie dürfen Aufgabe 3 benutzen, auch wenn Sie diese nicht gelöst haben. Benutzen Sie die dort beschriebene Figur und rekonstruieren Sie diese Stück für Stück mithilfe der angegebenen Kongruenzklassen von Strecken. Sie müssen dabei "vom Ende" her beginnen.

Bitte wenden...

Folgende Beispielaufgaben können in den Übungen besprochen werden.

- In der Ebene seien zwei parallele Geraden und ein Kreis, der zwischen ihnen liegt, gegeben. Konstruieren Sie einen Kreis, der die beiden Geraden und den gegebenen Kreis berührt.
- *(Sekanten-Tangenten-Satz)* Eine Gerade durch einen Punkt A schneide einen gegebenen Kreis in den beiden Punkten B und C. Sei weiterhin D ein Punkt auf dem Kreis, so dass die Gerade durch A und D eine Tangente ist. Beweisen Sie, dass die Streckenverhältnisse $AC : AD$ und $AD : AB$ übereinstimmen.
- In einem Dreieck $\Delta(A, B, C)$ wird die Strecke zwischen A und dem Mittelpunkt M der Seite BC Seitenhalbierende genannt. Beweisen Sie, dass sich die drei Seitenhalbierenden in einem Dreieck in einem Punkt S schneiden und dass dieser jede Seitenhalbierende im Verhältnis $2 : 1$ vom jeweiligen Eckpunkt aus teilt.
  Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass sich zwei Seitenhalbierende in einem Punkt schneiden und dieser jede der beiden im angegebenen Verhältnis teilt. Folgern Sie daraus die Behauptung.