

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematik für PhysikerInnen (Analysis III) (WS 18/19)
Übungsblatt 3

Abgabetermin: 12.11.2018 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie auf die Abgaben Ihren Namen, die Matrikelnummer
und Ihre Übungsgruppe drauf.

Aufgabe 1

(6 Punkte)

- (a) Sei $W(x)$ die Wronski-Determinante von (φ_1, φ_2) mit $\varphi_i \in L(A, 0)$, $i = 1, 2$ (die φ_i sind Lösungen von $y' = Ay$), wobei $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass

$$W' = (\text{Sp}A) W$$

wobei $\text{Sp}A$ die Spur von A ist.

- (b) Sei $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$. Beweisen Sie: Wenn $\lambda \in \mathbb{R}$ ein Eigenwert von A ist, dann ist e^λ ein Eigenwert von e^A .

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Berechnen Sie e^A für die folgende Matrix A :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

(7 Punkte)

- (a) Berechnen Sie ein Fundamentalsystem für das folgende System:

$$y' = Ay, \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (b) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{cases} x' = -2x + y - 2z \\ y' = x - 2y + 2z \\ z' = 3x - 3y + 5z \end{cases} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 4 \\ z(0) = 4 \end{cases}$$

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Mit Hilfe der Methode der Variation der Konstanten, lösen Sie das inhomogene System:

$$\begin{cases} x' = x + y - 5t + 2 \\ y' = 4x - 2y - 8t - 8 \end{cases}$$