

MSG-Hausaufgaben Blatt 7

Zum 20.11.2018

Aufgabe 1. Betrachte die Mengen $\mathbb{Z}_4 = \{0, 1, 2, 3\}$ mit der Multiplikation modulo 4, $\mathbb{Z}_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ mit der Multiplikation modulo 6 und $\mathbb{Z}_{11} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ mit der Multiplikation modulo 11.

a) Schreibe die Multiplikationstabellen dieser Mengen auf!

b) Eine Menge G ist eine Gruppe, wenn:

1. Die Multiplikation ist assoziativ, also $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
2. Es existiert ein neutrales Element $e \in G$ sodass für alle $g \in G$ gilt $e \cdot g = g \cdot e = g$.
3. Zu jedem $g \in G$ existiert ein Inverses $g^{-1} \in G$ sodass $g \cdot g^{-1} = e = g^{-1} \cdot g$.

Welche dieser Eigenschaften erfüllen die Mengen $\mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_{11}$?

c) Finde alle Teilmengen von $\mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_7$ die unter der entsprechenden Multiplikation eine Gruppe bilden!

Aufgabe 2. Sei G eine Gruppe mit der Rechenoperation $*$. Seien $g, h \in G$. Zeige, dass $h^{-1} * g^{-1}$ das Inverse von $g * h$ ist!