MSG-Hausaufgaben Blatt 20

Abgabe: 09.05.2017

Anastasia Prokudina, Simone Zahn

Aufgabe 1. a) Sei p eine Primzahl. Zeige, dass der Binominialkoeffizient $\binom{p}{k} = \frac{p!}{(p-k)!k!}$ für $0 < k < p$ durch p teilbar ist.

Hinweis: $\binom{p}{k}$ ist eine ganze Zahl und hat damit eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren.

b) Zeige mithilfe des Binomischen Satzes und vollständiger Induktion über a, dass $a^p \equiv a \pmod p$ für eine Primzahl p ist.

Zur Erinnerung: Der Binomische Satz sagt, dass $(a+b)^n = \sum\limits_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^i b^{n-i}$.

Aufgabe 2. Vereinfache die folgenden Terme:

a) $\frac{\frac{2^n n!}{n^n}}{\frac{2^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}}$

b) $\frac{10}{4x-4} - \frac{5}{2x+2}$

c) $\frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{k-1}}$

d) $\frac{(x+1)(x-5)}{2x^2-8x-10}$

Aufgabe 3. a) Anton möchte seine 200 Bonbons an 13 Kinder verteilen, so dass jedes Kind mindestens einen bekommt.

Wie viele Möglichkeiten hat er dazu?

Lösungsansatz: Dazu legt Anton seine Bonbons in eine Reihe. Nun muss er nur noch in zwölf der 199 Lücken eine Trennlinie ziehen um 13 Anteile zu bestimmen.

b) Verallgemeinere auf n Bonbons und k Kinder.