

1 Aufgabenstellung

Ich habe mich entschieden, die dritte Aufgabe bzw. Matrix zu bearbeiten. Die Aufgabenstellung lautet:

Gegeben sind eine Matrix A und ihre exakte Inverse A^{-1} . Berechnen Sie die Konditionen $cond_1$, $cond_\infty$ und $cond_F$ unter Benutzung einer exakten und einer numerisch berechneten Inversen. Vergleichen Sie die Ergebnisse.

Beachten Sie bitte, da in dem von Ihnen gewählten Datenbereich kein Informationsverlust auftritt!

Hinweis: Benutzen Sie das Paket JMSL für die Matrixoperationen!

Ich habe (wie schon geschrieben) die dritte, also die Zielke-Matrix für $a=9998$ ausgewählt. Diese und ihre Inverse sind definiert durch:

$$a_{ij} = \begin{cases} a+1 & \text{für } i=j=\text{gerade}, \\ a-1 & \text{für } i=j=\text{ungerade}, \quad i,j=1(1)n \\ a & \text{sonst.} \end{cases} \quad a=9998$$

$$(A^{-1})_{ij} = \begin{cases} -a+1 & \text{für } i=j=\text{gerade} \\ -a-1 & \text{für } i=j=\text{ungerade} \\ (-1)^{i+j-1}a & \text{sonst} \end{cases}$$

2 Programmablauf

Das Programm erzeugt nach dem Start folgende Ausgabe:

Wissenschaftliches Rechnen II
Loesung: Serie 3 - Aufgabe 3
Copyright (C) 2006 Yves Radunz

```
----- n = 2 -----
      exakt                numerisch
cond_1  3.99880009E8        3.9988000685132694E8
cond_f  3.9984001800000006E8  3.998400158515418E8
cond_oo 3.99880009E8        3.9988000685132694E8

----- n = 4 -----
      exakt                numerisch
cond_1  1.599440049E9        1.5994400404061668E9
cond_f  1.5993600679999998E9  1.5993600594061668E9
cond_oo 1.599440049E9        1.5994400404057374E9

----- n = 6 -----
      exakt                numerisch
cond_1  3.598680121E9        3.5986801016638756E9
cond_f  3.5985601499999995E9  3.598560130663875E9
cond_oo 3.598680121E9        3.5986801016632314E9

----- n = 8 -----
      exakt                numerisch
cond_1  6.397600225E9        6.397600190624667E9
cond_f  6.397440264E9        6.397440229624665E9
cond_oo 6.397600225E9        6.397600190623808E9

----- n = 10 -----
      exakt                numerisch
cond_1  9.996200361E9        9.99620030728854E9
cond_f  9.99600041E9         9.996000356288546E9
cond_oo 9.996200361E9        9.996200307287468E9
```

3 Auswertung

Wie man sieht, gilt (bis auf kleine Abweichungen, welche sich durch die verschiedenen Berechnungsvorschriften begründen lassen) $cond_1 \approx cond_F \approx cond_\infty$. Ebenfalls unterscheiden sich die Konditionen mit der exakten Inversen nur sehr wenig von denen, die mit der numerisch berechneten inversen Matrix bestimmt wurden.

Andererseits sind jedoch die Konditionen sehr groß. Für $n = 2$ gilt z.B. $cond_1 \approx 4 \cdot 10^8$. Bei wachsendem n steigen die Konditionen erwartungsgemäß weiter an, sodass sie im Fall von $n=10$ bereits die Größenordnung von 10^{10} erreichen.