Prof. A. Baudisch
Institut für Mathematik 9. Januar 2008

11. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

(Abgabe: 21. Januar 2008)

11.1 Seien h und k rekursive Funktionen und f und g seien induktiv durch

$$\begin{aligned} f(a,\bar{a}) &= h(\bar{f}(a,\bar{a}), \bar{g}(a,\bar{a}), a, \bar{a}) \\ g(a,\bar{a}) &= k(\bar{f}(a+1,\bar{a}), \bar{g}(a,\bar{a}), a, \bar{a}) \end{aligned}$$

definiert. Zeigen Sie, daß f und g rekursiv sind.
(Hinweis: Sei $\ell(a,\bar{a}) = \langle f(a,\bar{a}), g(a,\bar{a})\rangle$. Zeigen Sie mit Hilfe von (R14), daß ℓ rekursiv ist.)

11.2 Sei L die Sprache der Signatur $\{+,\cdot,S,0,<\}$. Nach dem Vorbild der „Formel-Maschine“ geben Sie einen Ablaufplan für eine „Term-Maschine“ an. Diese hat einen Speicher SP, in dem Zahlen in Reihenfolge auf die Abarbeitung warten können. In den Speicher wird eine Zahl a gegeben um festzustellen, ob $a = \ulcorner t \urcorner$ für einen Term t. Die Maschine hat endlich viele Ausgänge $a \neq \ulcorner t \urcorner$. Nur wenn die Maschine mit leerem Speicher stoppt, ist die Antwort: $a = \ulcorner t \urcorner$ für einen Term t.

Begründen Sie, warum die Maschine in jedem Fall stoppt.