

4. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

(Abgabe: 19. November 2007)

4.1 Zeigen Sie folgende Variante von Korollar 3.4iii):

Wenn $\Sigma \vdash \varphi \rightarrow \psi$ und $\Sigma \vdash \psi \rightarrow \chi$, so $\Sigma \vdash \varphi \rightarrow \chi$.

(Hinweis: Deduktionstheorem)

Leiten Sie folgende Formeln ab. Sie können die Ableitungsergebnisse der Vorlesung nutzen.

$$4.2 \vdash \neg(\mu \rightarrow \neg\nu) \rightarrow \mu$$

(Lemma 3.5 a, c, e und Übung 4.1)

$$4.3 \vdash \neg(\mu \rightarrow \neg\nu) \rightarrow \nu$$

(Axiom 1, Lemma 3.5 e und Übung 4.1)

$$4.4 \vdash \neg\theta \rightarrow [(\varphi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \theta)) \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)]$$

(Sei $\Sigma = \{\neg\theta, \varphi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \theta)\}$. Geben Sie einen $(\Sigma \cup \{\varphi\})$ -Beweis für ψ . Nutzen Sie dann das Lemma 3.5 und das Deduktionstheorem.)

4.5 Ist $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow (p_0 \rightarrow p_2))$ ableitbar? Begründen Sie Ihre Antwort.