

10. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

(Abgabe: 14. Januar 2008)

10.1 Zeigen Sie (R 8):

Die Prädikate $<$, \leq , $>$, \geq , $=$ sind rekursiv. Sie können (R 1) bis (R 7) benutzen.

10.2 Wenn f eine n -stellige Funktion ist, so ist der Graph G_f von f die folgende $(n+1)$ -stellige Relation:

$$G_f(a_1 \dots a_n a) \quad \text{gdw.} \quad f(a_1 \dots a_n) = a.$$

Zeigen Sie, daß f genau dann rekursiv ist, wenn der Graph G_f von f rekursiv ist.

10.3 Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen rekursiv sind:

a) $f(x) = x$

b) $g(x) = x!$

c) $\log(z, x) = \begin{cases} y, & \text{falls } z^y = x, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Sie können (R 1) bis (R 14) benutzen.

10.4 Zeigen Sie:

Die Funktion $\text{pz}(i) = i$ -te Primzahl für $i > 0$ und $\text{pz}(0) = 0$ ist rekursiv.