

3. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

(Abgabe: 12. November 2007)

3.1 Zeigen Sie, daß jede Formel φ zu einer Formel ψ logisch äquivalent ist, wobei ψ nur mit „ \wedge “ und „ \neg “ aufgebaut ist. Erläutern Sie die Konstruktion von ψ ausführlich.

3.2 Sei Σ eine Formelmenge und φ und ψ seien Formeln.
Beweisen Sie mit Hilfe der Definitionen:

$$\Sigma \cup \{\varphi\} \models \psi \quad \text{genau dann, wenn} \quad \Sigma \models \varphi \rightarrow \psi.$$

3.3 Formen Sie die folgenden Formeln in die konjunktive und die disjunktive Normalform um:

i) $\neg(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

ii) $\neg((p \vee \neg q) \leftrightarrow (r \rightarrow q))$

3.4 Zeigen Sie: Wenn $\varphi \rightarrow \psi$ eine Tautologie ist und $\text{av}(\varphi) \cap \text{av}(\psi) = \emptyset$, so ist ψ eine Tautologie oder φ ist eine Kontradiktion.