Prof. A. Baudisch
Institut für Mathematik 16. Januar 2008

12. Übungen

zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

(Abgabe: 28. Januar 2008)

12.1 Zeigen Sie, daß eine Funktion $f(\bar{x}) = y$ genau dann repräsentierbar ist, wenn ihr Graph $G_f(\bar{x}, y)$ repräsentierbar ist.

12.2 Zeigen Sie, daß das Prädikat $x \leq y$ repräsentierbar ist.

12.3 Eine unendliche Menge von natürlichen Zahlen ist genau dann rekursiv, wenn es eine rekursive Funktion $g(x)$ gibt, so daß $g(n) < g(n+1)$ für alle n und $A = \{g(n) : n \in \mathbb{N}\}$.

12.4 T sei eine Theorie in der Signatur $(S, +, \cdot, 0, <)$. Es existiere eine rekursive Funktion $f(x)$, so daß

$$\mathrm{Thm}_T = \{\ulcorner\varphi\urcorner :\ \varphi \text{ Aussage aus } T\} = \{f(n) :\ n \in \mathbb{N}\}.$$

Zeigen Sie, daß eine Teilmenge $\Sigma \subseteq T$ existiert, so daß $T = \mathrm{Abl}(\Sigma)$ und $\{\ulcorner\varphi\urcorner : \varphi \in \Sigma\}$ rekursiv ist.

(Benutzen Sie 12.3. Sei $\varphi_i \in T$ mit $\ulcorner\varphi_i\urcorner = f(i)$. Betrachten Sie $\varphi_0, \varphi_0 \wedge \varphi_1, \varphi_0 \wedge \varphi_1 \wedge \varphi_2, \ldots$.)