

## 1. Übungen

### zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Logik“

(Abgabe: 29. Oktober 2007)

Sei  $P = \{p_i : i \in \mathbb{N}\}$  und  $G^- = P \cup \{\neg, \rightarrow, (\}$ . Ein Wort  $\varphi$  über  $G^-$  heißt eine Pseudoformel, wenn  $\varphi$  durch endliches Anwenden der folgenden Regeln erhalten wird:

- 1)  $\varphi \equiv p \in P$
- 2)  $\varphi \equiv \neg\psi$ , wobei  $\psi$  Pseudoformel ist.
- 3)  $\varphi \equiv (\mu \rightarrow \nu$ , wobei  $\mu$  und  $\nu$  Pseudoformeln sind

Zeigen Sie:

- 1.1 Jede Pseudoformel endet mit einer Aussagenvariable aus  $P$ .
- 1.2 Wenn  $\varphi$  eine Pseudoformel ist, so  $o(\varphi) = b(\varphi)$ , wobei  $o(\varphi)$  die Anzahl der Klammern in  $\varphi$  und  $b(\varphi)$  die Anzahl von  $\rightarrow$  in  $\varphi$  ist.
- 1.3 Wenn  $\mu$  ein Anfangsstück einer Pseudoformel  $\varphi$  ist, dann gilt  $o(\mu) \geq b(\mu)$ .
- 1.4 Wenn  $\mu$  ein echtes Anfangsstück einer Pseudoformel  $\varphi$  ist und das letzte Symbol von  $\mu$  eine Aussagenvariable  $p \in P$  ist, dann gilt  $o(\mu) > b(\mu)$ .
- 1.5 Wenn  $\mu$  ein echtes Anfangsstück einer Pseudoformel  $\varphi$  ist, dann ist  $\mu$  keine Pseudoformel.
- 1.6 Der Aufbau der Pseudoformeln ist eindeutig.