

# Seminar Analyse von Petrinetzen: Unfoldings I

Yves Radunz

14. Januar 2009

# Unsere heutige Beschäftigung

- ① *Welche* Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② *Was* ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ *Wie* entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

# Unsere heutige Beschäftigung

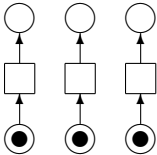
- ① Welche Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② Was ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ Wie entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

# Ziele

- Bestimmung der erreichbaren Zustände (Markierungen)
- Wenn eine Markierung erreichbar ist: Wie ist sie erreichbar?
- keine Erzeugung des gesamten Erreichbarkeitsgraphen  
(wäre zu groß, evtl. sogar unendlich)
- möglichst wenig Informationsverlust

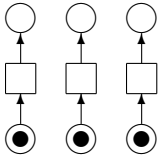
# Problemursachen bei Netzanalysen

## Nebenläufigkeit

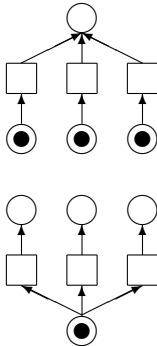


# Problemursachen bei Netzanalysen

Nebenläufigkeit

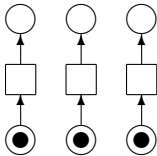


Konflikte

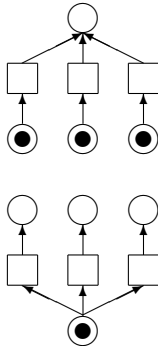


# Problemursachen bei Netzanalysen

Nebenläufigkeit



Konflikte

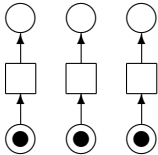


Abhängigkeiten

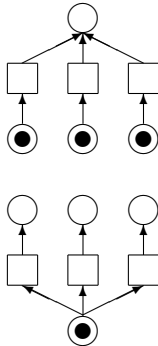


# Problemursachen bei Netzanalysen

Nebenläufigkeit



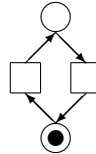
Konflikte



Abhängigkeiten



Schleifen





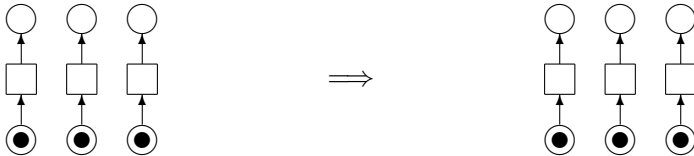
- ① Welche Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② Was ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ Wie entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

# Transformation bei Nebenläufigkeiten

Reihenfolge des Schaltens der Transitionen egal

⇒ Unabhängigkeit soll erhalten bleiben.

⇒ keine weitere Veränderung

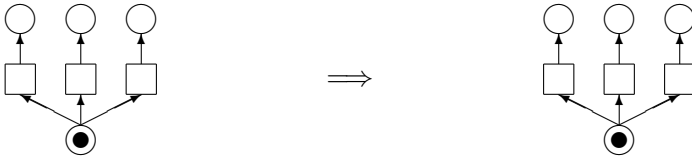


# Transformation bei Konflikten durch gemeinsame Vorplätze

Nur eine der Transitionen kann schalten.

⇒ Struktur wird in das entfaltete Netz übernommen.

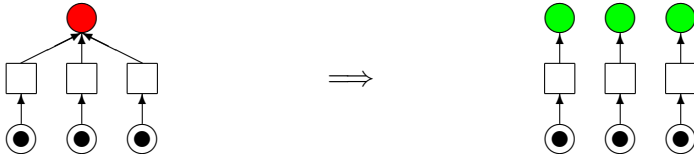
⇒ keine weitere Veränderung



# Transformation bei Konflikten durch gemeinsame Nachplätze

Wenn der Nachplatz markiert wurde, kann nicht mehr festgestellt werden, welche Transition ihn markiert hat.

⇒ Aufspaltung des Netzes für jede Transition, die diesen Platz markieren kann.



# Transformation bei Abhängigkeiten

Die abhängige Transition kann erst schalten, wenn ihr Vorgänger geschaltet hat.

⇒ Abhängigkeit soll erhalten bleiben.

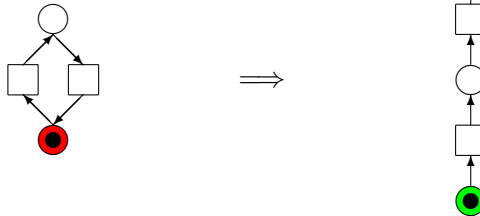
⇒ keine weitere Veränderung



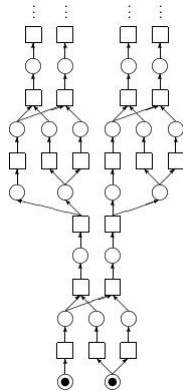
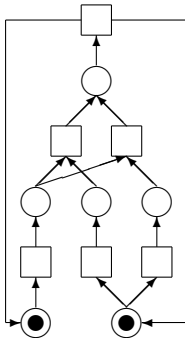
# Transformation bei Schleifen

Nach der Transformation sollen keine Schleifen mehr enthalten sein.

⇒ Einfügen einer neuen Kopie der Nachplätze, wenn diese bereits im transformierten Netz enthalten sind.



# Beispiel



- ① Welche Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② Was ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ Wie entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)



Welchen der Repräsentanten eines Platzes wählen wir als Vorplatz für die neue Transition aus?



## Definition: Konfiguration

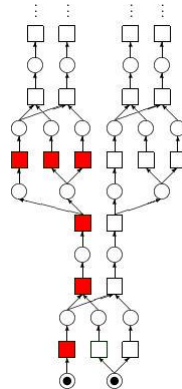
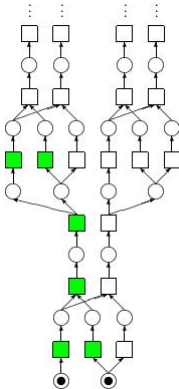
Sei  $N = (P, T, F, m_0)$  ein Petrinetz mit den Plätzen  $P$ , Transitionen  $T$ , Kanten  $F$  und der Startmarkierung  $m_0$ , sowie  $N^* = (P^*, T^*, F^*, m_0^*)$  die zugehörige Entfaltung.

Dann ist eine **Konfiguration** eine Menge  $K \subseteq T^*$  von Transitionen in der Entfaltung  $N^*$  mit:

- Für jede Transition aus  $K$  ist jede Vorgängertransition in  $K$  enthalten.
- Keine zwei Transitionen aus  $K$  haben einen Vorplatz gemeinsam.

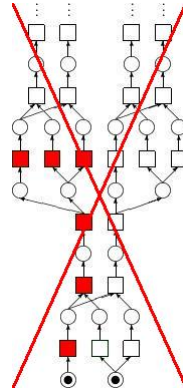
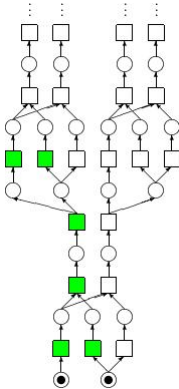
Welche Probleme?  
Idee der Netzentfaltung  
Wie entfalten wir Netze?

Auswahl der Transitionen bei der Entfaltung  
**Konfigurationen als Entscheidungshilfe**  
Endlichkeit der Entfaltung  
Abbruchbedingung



Welche Probleme?  
Idee der Netzentfaltung  
Wie entfalten wir Netze?

Auswahl der Transitionen bei der Entfaltung  
**Konfigurationen als Entscheidungshilfe**  
Endlichkeit der Entfaltung  
Abbruchbedingung

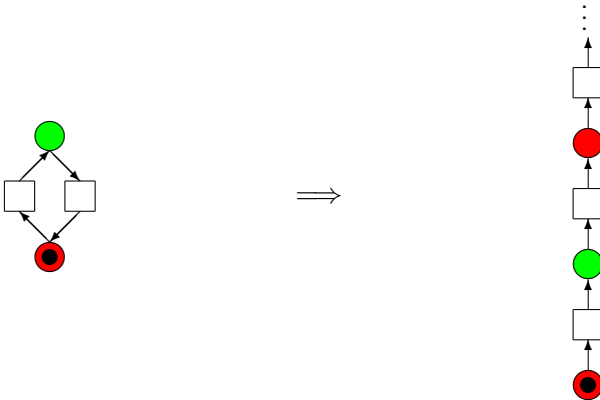


Wir wählen die Repräsentanten als Vorplätze, für welche es eine Konfiguration mit der neuen Transition gibt.



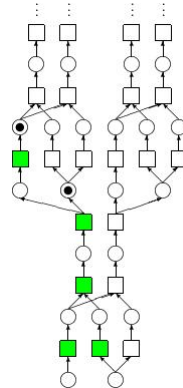
## Eine letzte Hürde...

Das entfaltete Netz kann noch unendlich groß werden:



# Abbruchbedingung

Die Netzentfaltung wird abgebrochen, sobald jede erreichbare Markierung eine Repräsentation in dem entfalteten Netz hat. Erreichbare Markierungen werden durch Konfigurationen dargestellt.



### Definition: lokale Konfiguration

Sei  $N = (P, T, F, m_0)$  ein Petrinetz und  $N^* = (P^*, T^*, F^*, m_0^*)$  das zugehörige entfaltete Netz.

Zu einer Transition  $t \in T^*$  ist die *lokale Konfiguration* die Menge aller Transitionen, von denen  $t$  abhängt, d.h. die kleinste Konfiguration, die  $t$  enthält.

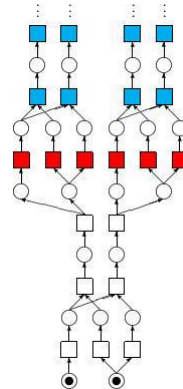
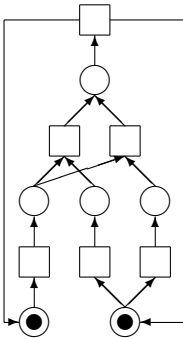


# Abbruchbedingung bei Transitionen

Eine Transition  $t$  wird als *Brakepoint* bezeichnet, wenn die Markierung, welche durch die lokale Konfiguration von  $t$  bestimmt wird, der Markierung einer anderen Transition  $t'$  mit kleinerer lokaler Konfiguration entspricht.

Transitionen, deren lokale Konfigurationen Brakepoints enthalten, werden nicht mehr zur Entfaltung hinzugefügt.

# Beispiel

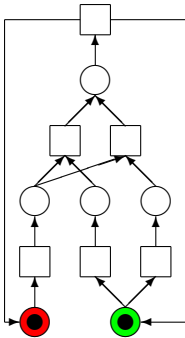


Brakepoints

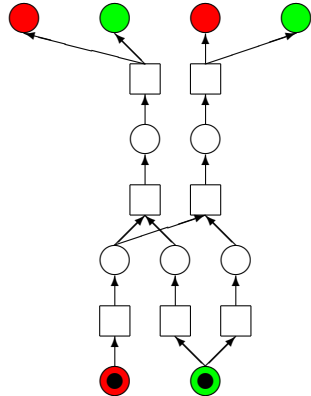


abgeschnittene Transitionen

## Beispiel



$\Rightarrow$



## Fortsetzung folgt...

### Voraussichtlicher Inhalt von Unfoldings II

- Endlichkeit der Entfaltungen
- Anwendung der Netzentfaltung

Welche Probleme?  
Idee der Netzentfaltung  
Wie entfalten wir Netze?