

## SV0: Rechnerpraktikum

**Abgabe: bis zum 28.05.2008**

**Abzugeben: quaderror.m, aufgabe2.m, sigapp.m, aufgabe4.m, aufgabe5.m, aufgabe6.m in einem ZIP-Ordner**

### Signalapproximation

Quadratischer Fehler

$$e^2 = \sum_{n=1}^N (f(t_n) - f_{ap}(t_n))^2$$

Lösungsschema für die Signalapproximation mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Approximationsfunktion aus n Basisfunktionen

$$f_{ap} = c_1 f_1 + \dots + c_n f_n$$

1. Aufstellung des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} \sum f_1 \cdot f_1 & \cdots & \sum f_1 \cdot f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum f_n \cdot f_1 & \cdots & \sum f_n \cdot f_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y \cdot f_1 \\ \vdots \\ \sum y \cdot f_n \end{pmatrix}$$

$\sum f_i \cdot f_j$  : Summe der elementweisen Produkte der Funktionswerte von  $f_i$  und  $f_j$ .

2. Lösung in Matlab

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum f_1 \cdot f_1 & \cdots & \sum f_1 \cdot f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum f_n \cdot f_1 & \cdots & \sum f_n \cdot f_n \end{pmatrix} \backslash \begin{pmatrix} \sum y \cdot f_1 \\ \vdots \\ \sum y \cdot f_n \end{pmatrix}$$

1. Programmieren sie die Matlab-Funktion: function e2 = quaderror(f,fap).

Die Funktion soll den quadratischen Fehler  $e^2$  zwischen den Abtastwerten  $f(t_n)$  des diskreten

Signals und seiner Approximation  $f_{ap}(t_n)$  berechnen. Es soll überprüft werden, ob  $f$  und  $f_{ap}$

Vektoren sind und ob beide die gleiche Dimension haben. Im Fehlerfall soll die Funktion mit einer entsprechenden Fehlermeldung beendet werden.

(1 Punkt)

>> help isvector

2. Programmieren sie das Matlab-Skript: aufgabe2.m.

In dieser Aufgabe soll die Signalapproximation mit Hilfe von Polynomen erfolgen. Hierfür seien folgende diskrete Messwerte gegeben:  $x = [0,1,2,4]$ ,  $y = f(x) = [-4,0,2,5]$ .

Bestimmen sie ein Polynom ersten Grades, ein Polynom zweiten Grades und ein Polynom dritten Grades, welche die Messwerte am besten annähern.

Stellen sie die Messwerte und die bestimmten Polynome in einer gemeinsamen Grafik dar.

Denken sie an die entsprechende Beschriftung.

Bestimmen sie für die Polynome die quadratischen Fehler und geben sie diese als Konsolenausgabe aus.

(3 Punkte)

>> help polyfit >> help polyval

3. Schreiben sie die Matlab-Funktion: `function c = sigapp(x,y,f1,f2,f3)`. Implementieren sie das Lösungsschema für die Signalapproximation mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Der Funktion werden sowohl die diskreten  $x$  und  $y$  Messwerte in Form von Vektoren als auch die Approximationsfunktionen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  als String übergeben. Beispiel-Funktionsaufruf: `>> c = sigapp([-1,0,1,2], [2,-1,1,4], 'exp(0*x)', 'exp(x)', 'exp(-x)');`. Der Rückgabvektor  $c$  soll die gesuchten Koeffizienten  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  enthalten. (2 Punkte)

`>> help eval`

4. Programmieren sie das Matlab-Skript: `aufgabe4.m`. Nun soll die Signalapproximation mit Hilfe den folgenden drei Exponentialfunktionen erfolgen:  $f_1(x) = \exp(0 \cdot x)$ ,  $f_2(x) = \exp(x)$  und  $f_3(x) = \exp(-x)$ . Hierfür seien folgende diskrete Messwerte gegeben:  $x = [-1, 0, 1, 2]$ ,  $y = f(x) = [2, -1, 1, 4]$ . Stellen sie die ermittelte approximierte Funktion und die Messwerte in einem Diagramm dar. Bestimmen sie den quadratischen Fehler und geben sie diesen auf der Konsole aus. Nutzen sie die Aufgabe 3 erstellte Funktion. (1 Punkt)
5. Programmieren sie das Matlab-Skript: `aufgabe5.m`. Nun soll die Signalapproximation mit Hilfe den folgenden drei trigonometrische Funktionen erfolgen:  $f_1(x) = \cos(0 \cdot x)$ ,  $f_2(x) = \cos(x)$  und  $f_3(x) = \cos(2x)$ . Folgende diskrete Messwerte sind gegeben:  $x = [-3, -2, 0, 1, 2, 3]$ ,  $y = f(x) = [8, 7, 0, 2, 7, 11]$ . Stellen sie die ermittelte approximierte Funktion und die Messwerte in einem Diagramm dar. Bestimmen sie den quadratischen Fehler und geben sie diesen auf der Konsole aus. Nutzen sie die Aufgabe 3 erstellte Funktion. (1 Punkt)
6. Programmieren sie das Matlab-Skript: `aufgabe6.m`. Nun soll die Signalapproximation mit Hilfe von maximal drei wählbaren Basisfunktionen erfolgen. Für den quadratischen Fehler soll gelten:  $e^2 < 0,05$ . Folgende diskrete Messwerte sind gegeben:  $x = [0, 1, 2, 3, 4, 5]$ ,  $y = f(x) = [0.97, 3, 2, 2.5, 4, 3.1]$ . Stellen sie die ermittelte approximierte Funktion und die Messwerte in einem Diagramm dar. Geben sie ihre gewählten Basisfunktionen und den quadratischen Fehler auf der Konsole aus. (2 Punkte)