Mathematik für Informatiker I: Analysis

Aufgabenserie 11 zum 21.1.03

1. Wie verläuft die Kurve
   $$f(x) = 2x^2 + \cos(2x), \quad x \in \mathbb{R}?$$
   Untersuchen Sie diese auf lokale und globale Extremwerte, Nullstellen, Konvexität.

2. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

   a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(\frac{x}{2})}{1-\cos(x)}$ c) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x}{\tan(x)}$

   b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^x + e^{-x} - 2}{1-\cos(x)}$ d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2(x)}{\tan(x)}$

3. In einem hohen Turm mit quadratischer Grundfläche (Seitenlänge a) befindet sich in einer Wand eine Tür mit der Höhe b. Parallel zu den angrenzenden Wänden soll ein Balken in den Turm geschoben werden. Berechnen Sie (unter Vernachlässigung der Balken- und Wanddicke) die größtmögliche Länge des Balkens im Fall $a = 6.4\,\mathrm{m}$, $b = 2.7\,\mathrm{m}$.

4. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

   a) $\int (e^x - 2^x \cdot x + e^x \cdot x^2)\mathrm{d}x$

   b) $\int e^x \sin(x)\mathrm{d}x$

   c) $\int \dfrac{4x-1}{4x^2-2x+2}\mathrm{d}x$

5.* $f : I \to \mathbb{R}$ sei eine zweimal stetig differenzierbare Abbildung des offenen Intervalls $I \subseteq \mathbb{R}$ in die reellen Zahlen.
   Beweisen Sie:
   Für $x \in I$ ist $f''(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{1}{h^2}(f(x+h) + f(x-h) - 2f(x))$.

Hinweis: Klausurtermin ist Montag, der 17.2.2003, 10.15, Kinosaal