

# Mittelfristige risikoorientierte Optimierung von Strombeschaffungs-Portfolios kleinerer Marktteilnehmer\*

Dr. N. Gröwe-Kuska<sup>1</sup>, Dr. A. Liebscher<sup>2</sup>, Dipl.-Ing. M. Lucht<sup>3</sup>,  
Prof. Dr. W. Römisch<sup>1</sup>, Dr. G. Spangardt<sup>3</sup>, Dipl.-Math. I. Wegner<sup>1</sup>

## Zusammenfassung

Die Liberalisierung des europäischen Strommarktes erfordert von Energieversorgungsunternehmen eine marktkonforme Zusammenstellung ihrer Strombeschaffungsportfolios. Vorgestellt wird ein charakteristisches Portfolio eines Marktteilnehmers bestehend aus physischen Komponenten – der Eigenerzeugung, verschiedenen Formen von Bezugsverträgen, Handel am Spotmarkt – und finanziellen Instrumenten, den Stromfutures. Der mittelfristige Planungshorizont von einem Jahr erfordert eine stochastische Modellierung verschiedener Modellparameter – der zu deckenden Last, den Spot- und Futurepreisen. Das Optimierungsziel innerhalb des entstehenden großen mehrstufigen stochastischen Optimierungsmodells besteht in der Maximierung des Portfoliowertes unter Berücksichtigung des Risikos.

## 1 Einleitung

Energieversorgungsunternehmen decken den Strombedarf ihrer Kunden durch Nutzung verschiedener Quellen wie: Eigenerzeugung, Bezugsverträge, EEG-Bandbezug und Strombezug bzw. Stromlieferung über die Strombörse. In mittel- und großstädtischen Gebieten mit gleichzeitig hohem Strom- und Wärmebedarf erfolgt häufig eine gekoppelte Erzeugung von Elektrizität und Wärme mit KWK-Anlagen (Kraft-Wärme-Kopplungsanlagen), vgl. [28]. Solche KWK-Anlagen, die überwiegend der allgemeinen Versorgung dienen, werden aus Gründen der Wirtschaftlichkeit in der Regel wärmegeführt betrieben. Auf Grund der meist nicht ausreichenden Eigenerzeugung werden zur Deckung des zusätzlichen elektrischen Bedarfes entweder sogenannte offene Bezugsverträge abgeschlossen oder die noch benötigten Mengen strukturiert am Strommarkt beschafft. Die verschiedenen angebotenen Verträge unterscheiden sich hinsichtlich der Preisgestaltung und der Flexibilität des Strombezuges beträchtlich. Ein Teilproblem innerhalb des Gesamtmodells ist daher die Modellierung verschiedener Vertragstypen und ein Vergleich der entstehenden Kosten. Nach dem Gesetz für den Vorrang Erneuerbarer Energien sind Energieversorgungsunternehmen, die Strom an Letztverbraucher liefern, verpflichtet, den vom jeweils regelverantwortlichen Übertragungsnetzbetreiber gelieferten regenerativen Strom anteilig aufzunehmen und zu vergüten.

Zusätzlich zum physischen Handel am OTC-Markt bzw. an der Spotbörse besteht die Möglichkeit, zur Risikoabsicherung Terminprodukte zu kaufen. Besonders für Marktteilnehmer mit einer strukturierten Beschaffung und geringer Eigenerzeugung, könnte der Kauf von Stromfutures zur Absicherung von Stromkäufen an der Spotbörse interessant werden.

Die Integration dieser finanziellen Instrumente in das Optimierungsmodell wandelt das Optimierungsziel der Erzeuger von der Minimierung der Beschaffungskosten zur Maximierung des Profits unter Berücksichtigung des Risikos. Eine detaillierte Beschreibung des entstehenden *stochastischen* Optimierungsmodells erfolgt in Kapitel 4. Die Modellierung des Risikos wird in Kapitel 3 beschrieben.

Innerhalb der mittelfristigen Planung von einem Jahr werden die mit Unsicherheiten behafteten Problemata als Realisierung eines stochastischen Datenprozesses betrachtet. Die Anpassung der relevanten stochastischen Prozesse – elektrische Last, Spotpreise sowie Futurepreise – wird in Kapitel 2 beschrieben. Die erzeugten Modelle erlauben die Simulation von Jahreszenarien

<sup>1</sup> Humboldt-Universität Berlin; <sup>2</sup> DREWAG, Dresden; <sup>3</sup> Fraunhofer-Institut UMSICHT, Oberhausen

\* Vortrag auf der VDI-GET-Fachtagung *Optimierung in der Energieversorgung*, Würzburg, 14./15.10.03

der beteiligten Prozesse und somit eine endlich-diskrete Approximation der zugrundeliegenden stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Im Kontext der mehrstufigen stochastischen Optimierungsmodelle ist zudem eine spezielle Form der Approximation erforderlich: ein Szenariobaum. Dieser wird mit den in Kapitel 2.5 beschriebenen Reduktionsalgorithmen erzeugt.

## 2 Modellierung der stochastischen Prozesse

### 2.1 Datenstruktur

Dem Optimierungsmodell liegt ein zeitlicher Planungshorizont von einem Jahr in stündlicher Diskretisierung zugrunde. In diesem Fall ist es sinnvoll, die mit Unsicherheiten behafteten Problemdata als Realisierung eines stochastischen Datenprozesses  $\xi$  zu betrachten. Innerhalb der stochastischen Optimierung gibt es verschiedene Modellklassen, die eine geeignete Formulierung der Datenstochastik erlauben und die robuste Lösungen generieren, vgl. [4, 32]. Besteht innerhalb des Planungshorizontes mehrfach die Möglichkeit, korrigierende Entscheidungen als Reaktion auf aktuelle Beobachtungen der Realisierungen des stochastischen Datenprozesses zu treffen, so haben sich mehrstufige stochastische Optimierungsmodelle als geeignet erwiesen. Um die numerische Handhabbarkeit des entstehenden Problems zu gewährleisten, wird die meist stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung des zugrundeliegenden multivariaten stochastischen Prozesses durch eine endlich diskrete Approximation ersetzt.

Sei  $\xi = \{\xi_t\}_{t=1}^T$  ein stochastischer Prozeß mit diskreter Parametermenge  $\{t = 1, \dots, T\}$ , welcher durch eine endliche Anzahl  $S$  von Realisierungen oder Szenarien  $\xi^s = \{\xi_t^s\}_{t=1}^T$  mit den Wahrscheinlichkeiten  $p_s$ ,  $s = 1, \dots, S$ ,  $\sum_{s=1}^S p_s = 1$  approximiert wird. Jedem Datenszenario  $\xi^s = \{\xi_t^s\}_{t=1}^T$  ist ein Vektor  $x^s = \{x_t^s\}_{t=1}^T$  von Entscheidungs- oder Optimierungsvariablen zugeordnet. Entscheidungen zum Zeitpunkt  $t$  werden auf der Basis der gesamten zu diesem Zeitpunkt vorhanden Information über die Realisierungen der beteiligten Zufallsgrößen sowie in Abhängigkeit von früheren Entscheidungen getroffen, jedoch unabhängig von Realisierungen und Entscheidungen in der Zukunft (*Nichtantizipativität der Entscheidungen*). Die mit fortschreitender Zeit zunehmende Information über die Realisierungen des stochastischen Prozesses und die zeitliche Abfolge von wiederholten Beobachtungen und korrektiven Entscheidungen impliziert eine spezielle Struktur der Approximation in Form eines Szenariobaumes. Zur Generierung einer nicht-stochastischen Erststufenlösung  $x^1$  wird die Determiniertheit des Prozesses im Zeitpunkt  $t = 1$ , d.h.  $\xi_1^1 = \dots = \xi_1^S$ , vorausgesetzt.

Zur mathematischen Beschreibung der Bäume wird die Notation aus [15, 31] übernommen. Die

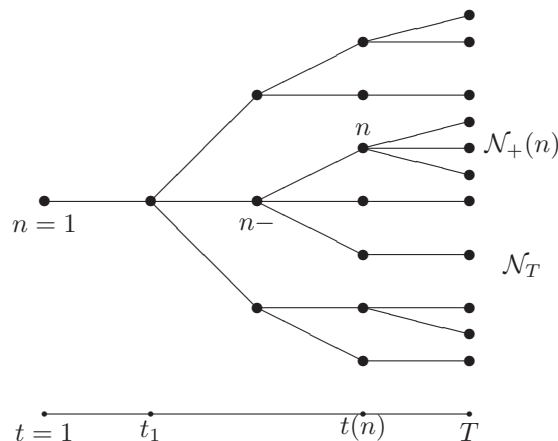


Abbildung 1: Szenariobaum mit  $T = 5$ , 23 Knoten und 11 Blättern

Knoten des Baumes werden durchnummeriert, wobei  $n = 1$  den Wurzelknoten bezeichnet, und  $\mathcal{N}$  die Menge aller Knoten. Jeder Knoten  $n \in \mathcal{N}$ , mit Ausnahme des Wurzelknotens, besitzt einen eindeutig bestimmten Vorgänger  $n-$ , aber eventuell mehrere Nachfolger, die die Menge  $\mathcal{N}_+(n)$  bilden. Mit  $\mathcal{N}_T$  bezeichnen wir die Menge der Blätter des Baumes, d.h. der Knoten, die keine Nachfolger besitzen. Jedem Knoten  $n$  wird eine Knotenwahrscheinlichkeit  $\pi_n$  zugeordnet, indem man zunächst für die Blätter  $n \in \mathcal{N}_T$  gerade die Wahrscheinlichkeiten  $p_s$ ,  $s = 1, \dots, S$ , verwendet. Für die restlichen Knoten  $n$  wird dann rekursiv mit der Formel  $\pi_n = \sum_{n_+ \in \mathcal{N}_+(n)} \pi_{n_+}$  die zugehörige Wahrscheinlichkeit berechnet. Die Menge der Knoten von der Wurzel bis zum Knoten  $n$  wird mit  $\text{path}(n)$  bezeichnet, die Anzahl ihrer Elemente mit  $t(n)$ . Einem Szenario entspricht dann  $\text{path}(n)$  mit  $t(n) = T$  für ein  $n \in \mathcal{N}_T$ .

Aus technischen Gründen wird in der Problemformulierung für die Termingeschäfte ein zweiter Baum mit der Knotenmenge  $\mathcal{M} \subset \mathcal{N}$  eingefügt. Die Wurzelknoten beider Bäume stimmen überein. Ein Szenario im  $\mathcal{M}$ -Baum entsteht durch Reduktion eines Szenarios im  $\mathcal{N}$ -Baum auf die Knoten, die zeitlich jeweils der letzten Stunde eines Monats entsprechen. Innerhalb eines Monats erfolgt keine Verzweigung im  $\mathcal{N}$ -Baum, so daß die Informationsstruktur beider Bäume übereinstimmt.

## 2.2 Elektrische Last

Grundlage der Modellidentifikation für die Last waren Daten eines Jahres in stündlicher Diskretisierung. Die historischen Daten weisen ein charakteristisches jahresperiodisches Verhalten auf mit hoher Last im Winter und geringerer Last im Sommer. Ein wesentlicher Einflussparameter für dieses Verhalten ist die Temperatur, die im Mittel ihrerseits durch ein jahresperiodisches Verhalten gekennzeichnet ist. Eine Vielzahl weiterer meteorologischer Einflussgrößen, insbesondere die Helligkeit und Luftfeuchte, sind für die Jahresmodellierung von untergeordneter Bedeutung. Weiterhin werden in den Lastdaten typische Tages- und Wochenzyklen sichtbar. Dabei handelt es sich jedoch nicht im strengen Sinne um Perioden, da der mittlere Tageslastgang im Winter durch eine charakteristische Abendspitze gekennzeichnet ist, welche im Sommer fehlt. Hingegen werden im Sommer die Tagesmaxima zur Mittagszeit angenommen, während der Bedarf in den Abendstunden deutlich geringer ist. Abweichungen von diesem regelmäßigen Muster treten beispielsweise an gesetzlichen Feiertagen, Brückentagen und Tagen mit außergewöhnlichen meteorologischen Bedingungen auf.

Basierend auf den Untersuchungen in [19] und [27] wird die Modellierung der Last in folgenden Teilschritten vorgenommen: Dekomposition der originalen Lastreihe, Clusteranalyse, Trendschätzung und Zeitreihenanalyse.

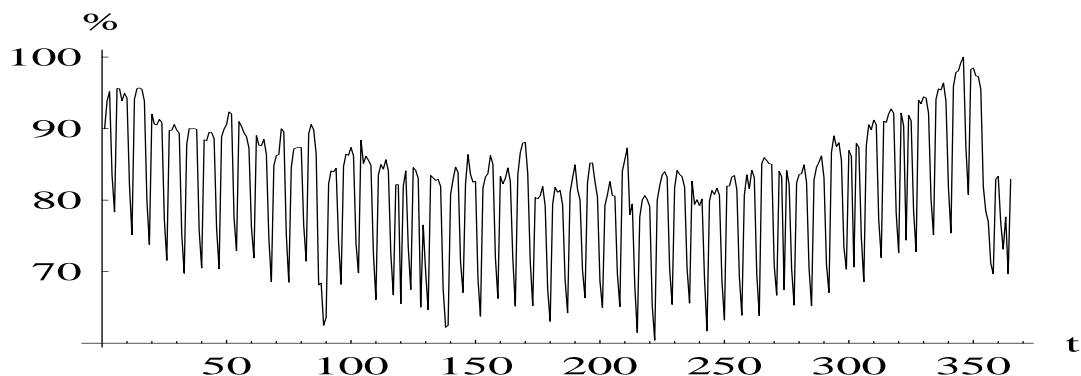


Abbildung 2: Jahrgang der tagesmittleren Last

Innerhalb einer primären Datentransformation wird die Lastreihe  $\{D_t, t = 1, \dots, 8760\}$  in die Reihe des tagesmittleren Lastbedarfs  $\{L_t, t = 1, \dots, 8760\}$ , vgl. Abb. 2, und die tagesmittelbereinigten Tageslastprofile  $\{Y_t, t = 1, \dots, 8760\}$  dekomponiert. In tagespartitionierter Notation hat die Zerlegung folgende Gestalt:

$$D_k = Y_k + L_k, \quad k = 1, \dots, 365, \quad (2.1)$$

wobei  $D_k = (D_{24(k-1)+1}, \dots, D_{24k})$ ,  $Y_k = (Y_{24(k-1)+1}, \dots, Y_{24k})$ ,  $L_k = (L_k, \dots, L_k)$  und  $L_k = \frac{1}{24} D_k \cdot (1, \dots, 1)^T$ .

Die Grundlage für die Modellierung des innertäglichen Lastverhaltens bildet eine Clusteranalyse unter Verwendung agglomerativer Verfahren bzw. des K-Means-Verfahrens, mit deren Hilfe ähnliche Elemente in den tagesmittelbereinigten Tageslastprofilen  $\{Y_k, k = 1, \dots, 365\}$  identifiziert und in aussagekräftige Strukturen unterteilt werden. Die agglomerativen oder fusionierenden Verfahren bündeln unter Verwendung von Distanzmassen und spezieller Fusionsregeln sukzessive Objekte in Cluster. Das Ergebnis einer erfolgreichen Analyse mit Hilfe von agglomerativen Verfahren ist die Aufdeckung von einzelnen Clustern und deren Interpretation. Das K-Means-Verfahren basiert auf Techniken der Varianzanalyse (ANOVA) und erzeugt eine vorgegebene Anzahl von deutlich unterscheidbaren Clustern.

Die Clusteranalyse mit Hilfe des Statistik-Paketes STATISTICA lieferte 9 Cluster  $CL_1, \dots, CL_9$  mit signifikant verschiedenen Mittelwerten, vgl. Abb. 3, und nachfolgender Interpretation. Arbeitstage der gleichen Jahreszeit sind nicht unterscheidbar. Sonnabende und Sonntage werden separaten Clustern zugeordnet. All diese Cluster werden zudem jahreszeitenabhängig in weitere Cluster unterteilt. Gesetzliche Feiertage werden in der Mehrzahl dem Sonntagscluster der entsprechenden Jahreszeit zugeordnet.

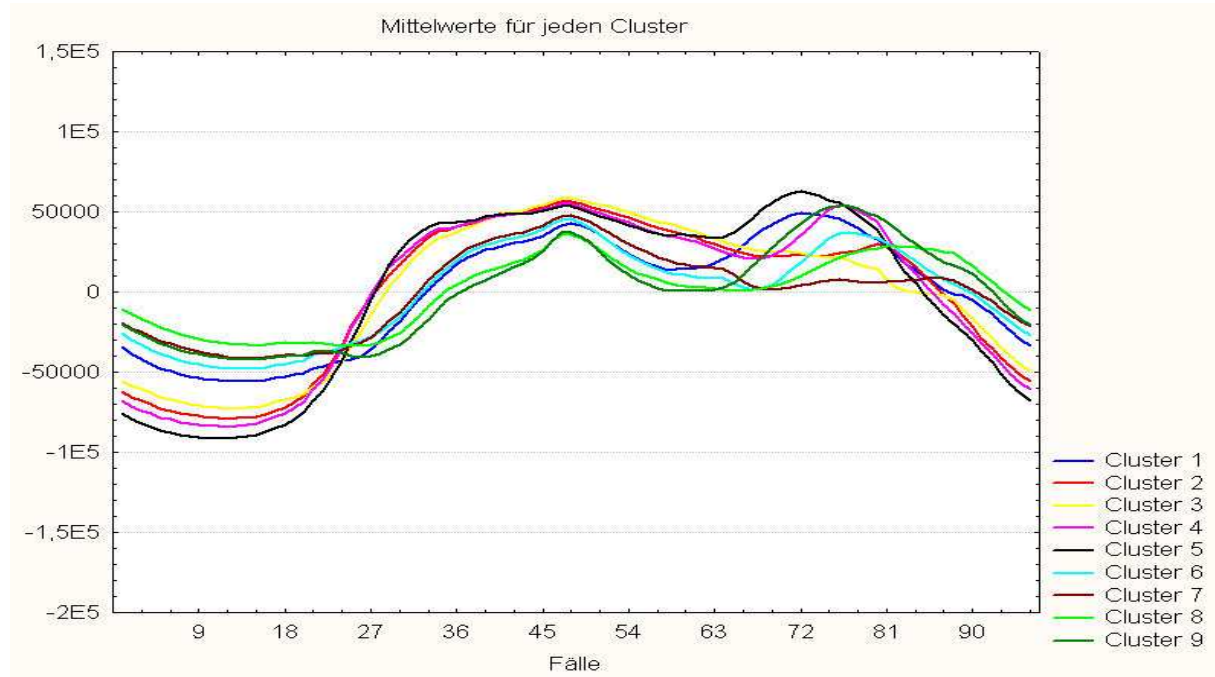


Abbildung 3: Clusteranalyse der elektrischen Last

Damit kann jedem zu simulierenden Tag einschließlich gesetzlicher Feiertage der passende Cluster zugewiesen werden. Zur Erzeugung eines Szenarios  $y_k$  mit Hilfe des Clusters  $CL_j$ ,  $j \in \{1, \dots, 9\}$  und  $CL_j = \{c^1, \dots, c^I\}$  wird zunächst zufällig eine Kombination  $cl_j = \{c'_1, \dots, c'_I\}$

der Ordnung  $I'$ , ( $I' < I$ ) mit Wiederholung aus den  $I$  Elementen des Clusters  $CL_j$  ausgewählt. Der mittlere Tageslastgang der Teilmenge  $cl_j$  repräsentiert das Szenario  $y_k$  :

$$y_k = \frac{1}{I'} \cdot cl_j \cdot (1, \dots, 1)^T, \quad (1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^{24} \quad (2.2)$$

Mit Hilfe dieser Prozedur wird die statistische Information eines Clusters vervielfältigt, da sich  $B(I + I' - 1, I')$  verschiedene Szenarien erzeugen lassen,  $B(n, k)$  bezeichne dabei den Binomialkoeffizienten. Zugleich werden mit Ordnungen  $I' \ll I$  weniger glatte Szenarien erzeugt als bei Verwendung von einfachen Clustermittelwerten oder Regressionsmodellen mit konstanter Varianz des Fehlerterms.

Im folgenden wird die Modellierung der tagesmittleren Lastdaten  $\{L_k, k = 1, \dots, 365\}$  als zweiter Baustein des Gesamtmodells beschrieben. Betrachtet man die vorliegende historische Reihe als Realisierung eines stochastischen Prozesses, so ist zunächst eine geeignete Modellklasse zur Beschreibung der Autokorrelationsstruktur des Prozesses zu bestimmen. Eine Möglichkeit besteht in der Transformation der Ausgangsdaten in eine Reihe  $\{X_k, k = 1, \dots, 365\}$ , die als Realisierung eines stationären Prozesses angesehen werden kann. In diesem Fall sind die Methoden der linearen Zeitreihenanalyse anwendbar, welche die Modellierung stationärer Prozesse mittels linearer Differenzgleichungen endlicher Ordnung mit konstanten Koeffizienten erlauben. Insbesondere bei Daten mit Periodizitäten kann diese Klasse um spezielle nichtstationäre Zeitreihenmodelle mit periodischem Verhalten erweitert werden. Eine umfassende Einführung in die Zeitreihenanalyse wird in [6] gegeben. Vorgestellt werden im folgenden die Modelle, die sich hinsichtlich der Erzeugung von Szenarien über dem relativ langen Zeithorizont von einem Jahr als besonders geeignet herausgestellt haben.

Zur Beseitigung nichtstationärer Merkmale der vorliegenden Reihe wird die Konstruktion eines robusten Jahrestrendes vorgeschlagen, die gleichzeitig das wochenperiodische Verhalten der Tagesmittelreihe eliminiert. Die Grundlage der Trendschätzung bilden die mittleren Tageslastwerte für jeden Wochentag  $i \in \{1, \dots, 7\}$  innerhalb eines Monats  $j \in \{1, \dots, 12\}$ :

$$m_k^1 = \mathbf{1}_{(i,j)} \cdot m_{ij}^1, \quad k = 1, \dots, 365, \quad (2.3)$$

wobei  $\mathbf{1}_{(i,j)} = 1$ , falls  $k$  ein Wochentag vom Typ  $i$  im Monat  $j$  ist und sonst Null,  $m_{ij}^1$  bezeichne den empirischen Mittelwert aller vorhandenen Tage vom Typ  $i$  und  $j$ . Diese Schätzung wird durch Extraktion extremer Ausreißer verfeinert, da diese Trendschätzungen verfälschen bzw. Identifikationskriterien für Ausreißer mittlerer Höhe außer Kraft setzen. Als Kriterium zur

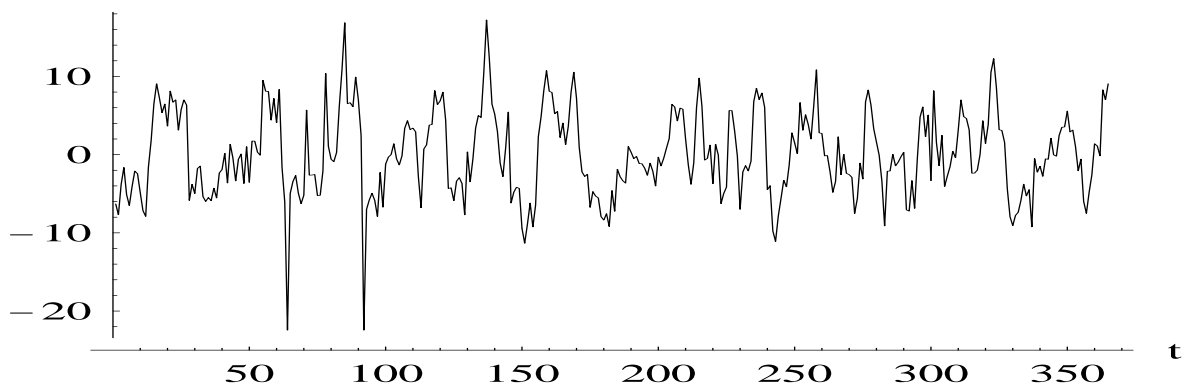


Abbildung 4: Trendbereinigte Lastreihe

Identifikation extremer Ausreißer wurde die Auswirkung auf den empirischen Erwartungswert der einzelnen Wochentage jedes Monats bei Löschung eines Elementes untersucht. Bei Entstehung großer relativer Fehler wird das betreffende Element  $L_k$  durch  $m_k$  ersetzt. Eine erneute

Berechnung des Jahrestrendes mit der bereinigten Lastreihe wie in (2.3) liefert die Schätzung  $m_k^2 = \mathbf{1}_{(i,j)} \cdot m_{ij}^2$ ,  $k = 1, \dots, 365$ . Die endgültige Ausreißeridentifikation erfolgt mit Hilfe der korrigierten empirischen Mittelwerte  $m_k^2$  und den zugehörigen empirischen Standardabweichungen  $v_k^2 = \mathbf{1}_{(i,j)} \cdot v_{ij}^2$ ,  $k = 1, \dots, 365$ , für die Originaldaten  $\{L_k, k = 1, \dots, 365\}$  nach folgendem Kriterium. Sei  $g_k = m_k^2 - \alpha \cdot v_k^2$ ,  $\alpha = 2$  oder  $\alpha = 3$ , falls nun  $L_k < g_k$ , so wird  $L'_k = g_k$  gesetzt und sonst  $L'_k = L_k$ . Mit der Lastreihe  $\{L'_k, k = 1, \dots, 365\}$  wird die endgültige Trendschätzung erzeugt

$$m_k^3 = \mathbf{1}_{(i,j)} \cdot m_{ij}^3, \quad k = 1, \dots, 365. \quad (2.4)$$

Diese zweistufige Prozedur entfernt automatisch durch gesetzliche Feiertage bedingte Ausreißer nach unten, wodurch die Varianz des Fehlerterms in den Zeitreihenmodellen etwa um den Faktor 10 verkleinert wird. Als Input für die Zeitreihenanalyse dient die ausreißer- und trendbereinigte sowie nunmehr periodenfremde Reihe  $\{X_k = L'_k - m_k^3, \quad k = 1, \dots, 365\}$ , vgl. Abb. 4.

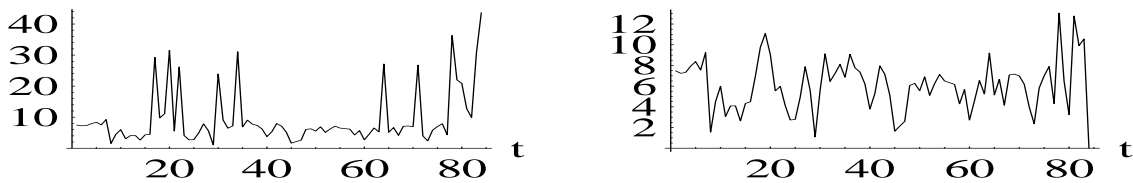


Abbildung 5: Standardabweichungen vor und nach der Ausreißerbereinigung

Ausgehend von der Stationaritätsannahme für den zugrundeliegenden stochastischen Prozess sind nun die klassischen Methoden der linearen Zeitreihenanalyse zur Anpassung von ARMA-Modellen anwendbar. Ein allgemeines ARMA(p,q)-Modell für einen stationären stochastischen Prozess  $\{X_k\}$  besitzt folgende Gestalt:

$$X_k - \phi_1 X_{k-1} - \dots - \phi_p X_{k-p} = Z_k + \theta_1 Z_{k-1} + \dots + \theta_q Z_{k-q}, \quad Z_k \sim WN(0, \sigma^2). \quad (2.5)$$

Die Anpassung dieses Modells erfordert die Bestimmung der Modellordnungen  $p$  und  $q$  sowie die Schätzung der Modellkoeffizienten und der Varianz des White-Noise-Prozesses. Die Gesamtheit dieser Parameter kann simultan mit Hilfe des Hannan-Rissanen-Algorithmus kalibriert werden. Das Verfahren generiert bei vorgegebenen Obergrenzen für die Modellordnungen verschiedene ARMA-Modelle mit allen zugehörigen Parametern, welche zunächst auf Stationarität und Invertierbarkeit kontrolliert werden.

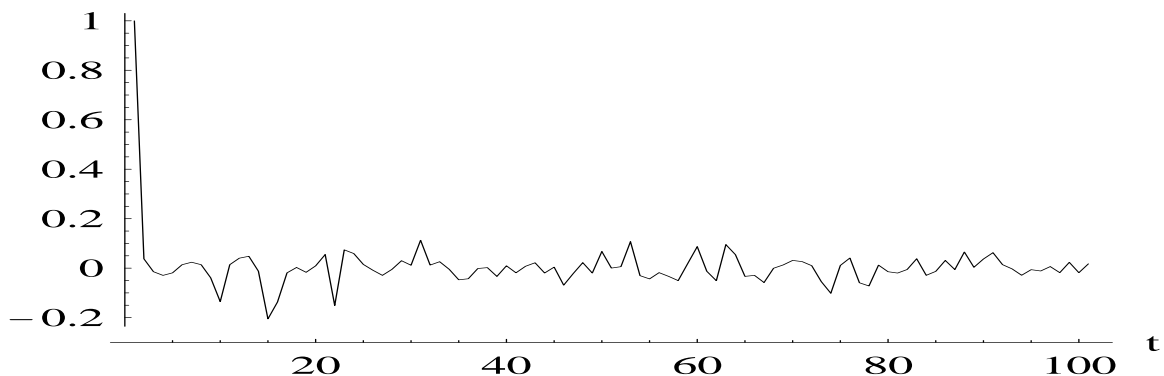


Abbildung 6: Autokorrelationsfunktion der Residuen

Man entscheidet sich unter den verbleibenden Modellen, für das optimale im Sinne eines statistischen Entscheidungskriterium (Kriterium von Akaike, Bayessches Informationskriterium).

Mit der bedingten Maximum-Likelihood-Methode kann die Effizienz der Koeffizienten- und Varianzschätzung unter Umständen noch verbessert werden, die Parameter des bereits vorliegenden Modells fungieren dabei als Initialisierung. Die Güte des Modells wird durch eine Untersuchung der Residuen bewertet. Diese sollten sich ebenso wie der Originalprozess wie ein White-Noise-Prozess mit Erwartungswert Null und konstanter Varianz verhalten. Daher werden abschließend eine Reihe standardisierter Tests (Portmanteau, Turning-Point, Difference-Sign) durchgeführt, die gegebenenfalls eine Wiederholung der gesamten Modellanpassung nahe legen. Als Resultat dieser Prozedur wurde mit Hilfe des Time-Series-Packs von MATHEMATICA 4.2, vgl. [36], ein ARMA(1,7)-Modell angepasst.

## 2.3 Spotpreise

Bis zur Deregulierung der Strommärkte entsprachen die Strompreise im wesentlichen deterministischen Funktionen von Erzeugungs-, Übertragungs- und Verteilungskosten. Für Kleinkunden waren die Endverbraucherpreise durch das jeweils zuständige Wirtschaftsministerium des Landes zu genehmigen, während Großkunden durch eine Klage beim Kartellamt Druck auf die Preise ausüben konnten. Mit Beginn der Deregulierung der Strommärkte änderte sich auch der Mechanismus der Strompreisbildung entsprechend den üblichen Marktgesetzen. Dies führte zu einer bisher nicht gekannten Volatilität der Strompreise.

Der Stromhandel unterscheidet sich grundlegend von anderen Warenmärkten. Strom ist nicht bzw. nur sehr begrenzt speicherbar, daher muss stets ein Gleichgewicht zwischen der Stromerzeugung und dem Stromverbrauch gegeben sein. Der Einfluss technischer Aspekte wie Kraftwerks- und Übertragungskapazitäten oder auch klimatischer Veränderungen auf die Strompreise ist offensichtlich. Auf Speicherbarkeit basierende Arbitragegewinne fallen beim Stromhandel fast vollständig weg. Insgesamt sind Verträge und Preise stark von den lokalen Bedingungen der verschiedenen Weltmärkte abhängig (lokales Klima, Geschäftstätigkeit, Charakteristika lokaler Erzeuger, Konsumentenverhalten) - eine universale Modellierung ist daher kaum möglich. Zur Modellierung der tagesmittleren Spotpreise existiert eine große Anzahl von Arbeiten, verwiesen sei hier auf [12, 7, 21, 22, 23, 25]. Insbesondere die erstgenannte Arbeit bildet die Basis der vorliegenden Untersuchungen.

Grundlage der Modellidentifikation für die Spotpreise waren die von der EEX veröffentlichten Preise von zweieinhalb Jahren in stündlicher Diskretisierung.

Das jahresperiodische Verhalten der historischen Daten ähnelt dem charakteristischen Verhalten der Last: mit hohen Preisen im Winter und geringeren Preisen im Sommer. Die vorliegenden Preise im Hochsommer sind allerdings im Mittel höher als im Spätfrühling und Frühherbst. Dies liegt im saisonabhängigen Erzeugungsverhalten der Stromanbieter und den damit verbundenen Erzeugungskosten begründet.

Ebenso wie die Lastdaten weisen die Preisdaten typische Tages- und Wochenzyklen auf. Die täglichen Preisprofile sind im Winter durch eine charakteristische Abendspitze gekennzeichnet ist, die allmählich bis zum Sommer verschwindet. Charakteristisch bei den Sommerpreisprofilen ist die Ausbildung eine ausgeprägten Mittagsspitze. Insgesamt sind die Preise deutlich volatil als die Last. Zur Modellierung heteroskedastischer Prozesse werden daher auch GARCH-Modelle angepasst. Die klassischen statistischen Kenngrößen - wie Erwartungswert, Standardabweichung, Median, Schiefe, Kurtosis, Minimum, Maximum - unterscheiden sich innerhalb der einzelnen Monate stark. Beispielsweise deuten positive Schiefe und hohe Kurtosis in den Monaten der kalten Jahreszeit auf eine deutliche Abweichung von der Normalverteilung und das überproportionale Vorhandensein von Ausreißern nach oben hin. Ausreißer sind auch im Sommer zu beobachten, doch scheinen Sprungraten und -intensitäten geringer zu sein. Eine Untersuchung der empirischen Autokorrelationsfunktion der Preise deutet auf eine hohe Auto-

korrelation der Daten hin. Andererseits scheint der Grad von Mean Reversion nach Ausreißern deutlich höher zu sein als an normalen Tagen.

Zur Abbildung der beobachteten Eigenschaften - Saisonalität, Mean Reversion, nichtkonstante Volatilität und Ausreißerverhalten mit nichtkonstanter Sprungrate und -intensität - der historischen Spotpreise wird eine Modellierung in folgenden Teilschritten vorgeschlagen: Dekomposition der originalen Spotpreisreihe, Trendschätzung, Ausreißermodellierung, Zeitreihenanalyse, Anpassung von AR-GARCH-Modellen, Clusteranalyse und Simulation unter Verwendung aller Teilkomponenten.

Zur Hervorhebung von Ähnlichkeiten bzw. Unterschieden werden Teile der Notation aus dem Lastmodell übernommen. Die Dekomposition der Preisreihe  $\{C_t, t = 1, \dots, 24 \cdot 914\}$  erfolgt in analoger Weise:

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{Y}_k + \mathbf{L}_k, \quad k = 1, \dots, 914 \quad (2.6)$$

wobei  $\mathbf{C}_k = (C_{24(k-1)+1}, \dots, C_{24k})$ ,  $\mathbf{Y}_k = (Y_{24(k-1)+1}, \dots, Y_{24k})$ ,  $\mathbf{L}_k = (L_k, \dots, L_k)$  und  $L_k = \frac{1}{24} \mathbf{C}_k \cdot (1, \dots, 1)^T$ .

Mit den bereits vorgestellten Methoden wird ein robuster Jahrestrend geschätzt:  $m_k^2 = \mathbf{1}_{(i,j)} \cdot m_{ij}^2$ ,  $k = 1, \dots, 914$ . Die Identifikation außergewöhnlich hoher Tagesmittelpreise erfolgt wiederum mit Hilfe der korrigierten empirischen Mittelwerte  $m_k^2$  und den zugehörigen empirischen Standardabweichungen  $v_k^2$ . Sei  $L_k = O'_k + m_k^2 + \alpha \cdot v_k^2$ ,  $\alpha = 2$  oder  $\alpha = 3$ , damit wird eine Ausreißerreihe  $\{O_k, k = 1, \dots, 914\}$  identifiziert mit  $O_k = 0$  falls  $O'_k \leq 0$  und sonst  $O_k = O'_k$ . Die Modellierung dieser Reihe erfolgt separat. Die abschließende Trendschätzung unter Verwendung der Reihe  $\{L_k - O_k, k = 1, \dots, 914\}$  liefert:  $m_k^3 = \mathbf{1}_{(i,j)} \cdot m_{ij}^3$ ,  $k = 1, \dots, 914$ . Als Input für die weitere Modellierung dient die ausreißer- und trendbereinigte Reihe  $\{X_k = L_k - O_k - m_k^3, k = 1, \dots, 914\}$ .

In [12] wird eine simultane Modellierung der Haupteigenschaften des Preisprozesses vorgeschlagen. Die Modellparameter werden mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt, was sich auf Grund der relativ hohen Anzahl beteiligter Parameter als schwierig erweisen kann. Ausreißer weisen bei einer integrierten Modellierung den gleichen Grad von Mean Reversion auf, wie normale Tagesmittelpreise. Eine erste Analyse der EEX-Spotpreise ergab, dass die Korrelation zwischen einem Ausreißer und dem nachfolgenden Tag eher gering ist. Ausreißer treten in der Mehrzahl separiert auf und weisen einen deutlich höheren Grad an Mean Reversion auf, als normale Tagesmittelpreise. In einem integrierten Modell erfolgt in Bezug auf die Autokorrelation keine Unterscheidung zwischen Ausreißern und normalen Werten, daher wird für die vorliegenden Daten eine separate Modellierung vorgeschlagen. Dem Vorhandensein nichtkonstanter Sprungraten und -intensitäten wird durch eine jahreszeitenabhängige Parameterschätzung Rechnung getragen:

$$O_k = \begin{cases} \mu_k + \sigma_k \cdot Z_k & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \lambda_k \\ 0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1 - \lambda_k \end{cases} \quad (2.7)$$

Dabei seien  $Z_k \sim N(0, 1)$  und  $(\mu_k, \sigma_k, \lambda_k) = \mathbf{1}_{(M^1)} \cdot (\mu^1, \sigma^1, \lambda^1) + \mathbf{1}_{(M^2)} \cdot (\mu^2, \sigma^2, \lambda^2)$  wobei  $\mathbf{1}_{(M^1)}$  den Wert 1 annimmt, falls  $k$  ein Tag in der kalten Jahreszeit (Januar, Februar, März, Oktober, November, Dezember) ist und  $\mathbf{1}_{(M^2)}$  den Wert 1 annimmt, falls  $k$  ein Tag in der warmen Jahreszeit (April, Mai, Juni, Juli, August, September) ist. Als Schätzungen für die Parameter  $(\mu^1, \sigma^1, \lambda^1)$ ,  $(\mu^2, \sigma^2, \lambda^2)$  werden die empirischen Erwartungswerte, die empirischen Standardabweichungen sowie die relativen Häufigkeiten des Ausreißerauftretens in der jeweiligen Jahreszeit verwendet. Die simulierten Ausreißerszenarien finden in der Gesamtsimulation im Zusammenhang mit der Clusterzuordnung Verwendung, die bei der Preismodellierung nicht von vornherein feststeht.

Bei der Modellierung der ausreißer-, trend- und periodenbereinigten Reihe  $\{X_k, k = 1, \dots, 914\}$  kamen verschiedene Modellklassen zum Einsatz. Daneben wurden weitere Da-



tentransformationen auf ihre Eignung untersucht, wie beispielsweise logarithmische Returns, Simple-Net>Returns und differenzierte Daten. Die Modellierung der logarithmischen Returns liefert sehr gute Ergebnisse sowohl mit ARMA- als auch mit GARCH-Modellen. Simuliert man jedoch über einen längeren Zeitraum, erweisen sich die rücktransformierten Szenarien als sehr sensitiv gegenüber Störungen und weichen teilweise extrem vom Mittelwert ab. Daher wird eine direkte Modellierung der Reihe  $\{X_k, k = 1, \dots, 914\}$  vorgeschlagen. Im Anschluss an die Simulation werden alle Preisszenarien gelöscht, welche die Positivitätsrestriktion verletzen. Im Ergebnis der Zeitreihenanalyse wurde ein stationäres und invertierbares ARMA(9,0)-Modell angepasst, dass alle Resudentests erfolgreich durchlief und somit für die Simulation verwendbar ist.

Obwohl der Grad der Heteroskedastizität bei den EEX-Spotpreisen geringer zu sein scheint, als in anderen Märkten, wurden auch Modellierungsversuche mit GARCH-Regressionsmodellen unternommen. Die Varianz des Fehlerterms ist in GARCH-Modellen nicht konstant, sondern eine Funktion der Zeit, vgl. [5]. Sie wird in ARCH-Modellen zum Zeitpunkt  $k$  modelliert als bedingte Varianz unter der gesamten bis dahin verfügbaren Information. In GARCH-Modellen hängt die Varianz des Fehlerterms zusätzlich linear von den Vorgängervarianzen ab. Ein GARCH(p,q)-Modell besitzt die folgende Gestalt:

$$Z_k = \delta_k \sqrt{h_k}, \quad \delta_k \sim N(0, 1), \quad (2.8)$$

$$h_k = a_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i z_{k-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{k-j}, \quad a_0 > 0, \alpha_i > 0, \beta_j > 0. \quad (2.9)$$

Erweitert man das Modell um einen autoregressiven Term, erhält man ein GARCH-Regressionsmodell:

$$X_k = \phi_1 X_{k-1} + \dots + \phi_P X_{k-P} + Z_k, \quad Z_k \sim GARCH(p, q) \quad (2.10)$$

Die Parameterschätzung erfolgte simultan durch Maximierung der Log-Likelihood-Funktion mit den Routinen des Time-Series-Packs 1.3 in MATHEMATICA 4.2 unter Verwendung von Initialwerten für die AR-Koeffizienten aus dem Zeitreihenmodell.

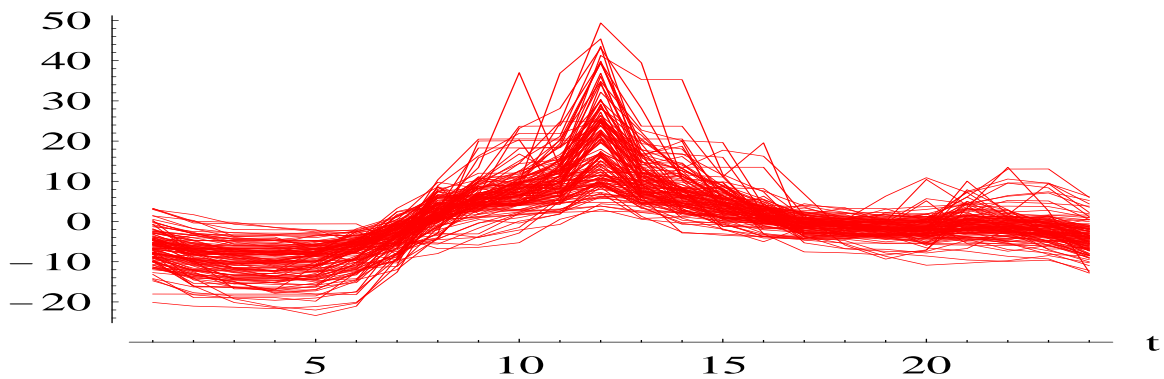


Abbildung 7: Cluster für Arbeitstage im Sommer

Zur Modellierung des inertäglichen Preisverhaltens wurde wiederum eine Clusteranalyse mit den tagesmittelbereinigten Tagespreisprofilen  $\{Y_k, k = 1, \dots, 914\}$  durchgeführt. Auf Grund der im Vergleich zur Last weitaus höheren Variabilität der Tagespreisprofile lieferte die Clusteranalyse 17 Cluster  $CL_1, \dots, CL_{17}$  mit signifikant verschiedenen Mittelwerten. Die Cluster  $CL_1, \dots, CL_{10}$  sind ähnlich interpretierbar wie im Falle der Tageslastprofile. Arbeitstage

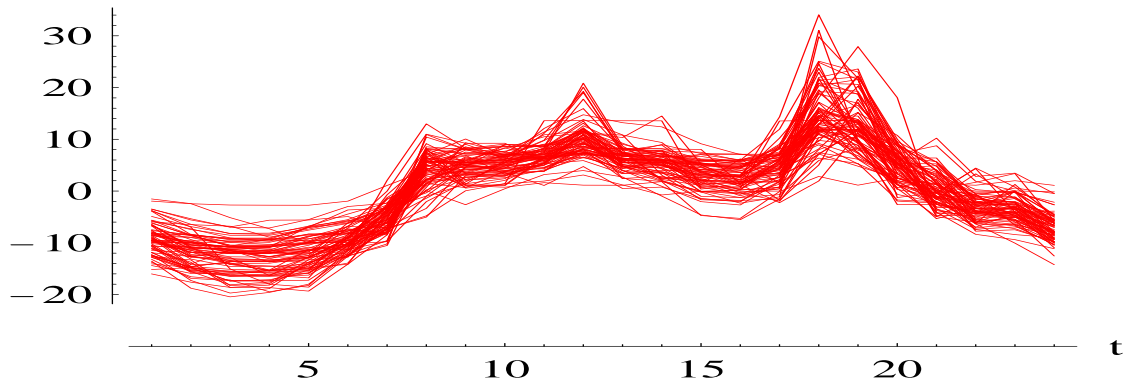


Abbildung 8: Cluster für Arbeitstage im Winter

der gleichen Jahreszeit sind nicht unterscheidbar. Sonnabende und Sonntage werden separaten Clustern zugeordnet. Arbeitstage, Sonnabende und Sonntage unterteilt das K-Means-Verfahren jahreszeitenabhängig in weitere Cluster.

Die Cluster  $CL_{11}, \dots, CL_{16}$  enthalten Preisausreißer an Arbeitstagen, die nach kalter bzw. warmer Jahreszeit und der Höhe der Tagesmaxima (mittel, hoch, extrem) gruppiert wurden. Cluster  $CL_{17}$  enthält Preisausreißer am Wochenende in der kalten Jahreszeit. Bezogen auf die Originalpreisreihe gilt für alle Tage  $\mathbf{C}_k = (C_{24(k-1)+1}, \dots, C_{24k})$  mit außergewöhnlich hohen Preisen  $Mean(\mathbf{C}_k) = L_k \gg Median(\mathbf{C}_k)$ , d.h. die tagesmittelbereinigten Tagespreisprofile der Ausreißer sind in Bezug auf die Tagesminima stark nach unten verschoben. Daher wurden alle Ausreißercluster derart justiert, dass die mittleren Tagesminima mit den mittleren Tagesminima zeitlich benachbarter Cluster übereinstimmen.

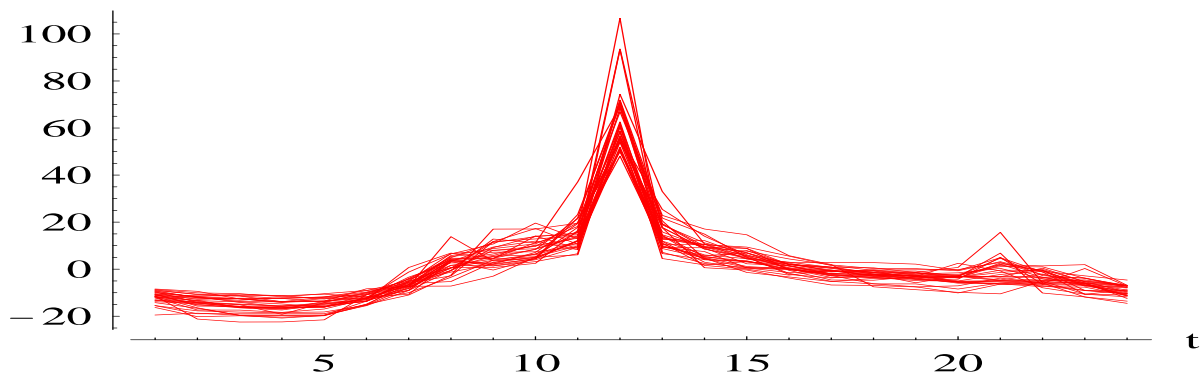


Abbildung 9: Ausreißer im Sommer (mittel)

Erneut bilden die Resultate der Clusteranalyse die Grundlage für die Erzeugung von Tagespreisszenarien. Die Zuordnung der Ausreißercluster erfolgt unter Verwendung der Simulationsszenarien aus dem Modell für die tagesmittleren Ausreißer. Die Zeitpunkte des Auftretens der Ausreißer werden szenarienweise für die zu simulierenden Tage übernommen. Zur qualitativen Zuordnung der Ausreißerhöhe - mittel, hoch, extrem - werden die Ergebnisse der Clusteranalyse herangezogen, da diese selbst Ausreißer identifiziert hat. Exemplarisch wird für die Wintercluster  $CL_{11} \sim$  Ausreißer mittlerer Höhe,  $CL_{12} \sim$  hohe Preisausreißer sowie  $CL_{13} \sim$  extreme Ausreißer nach oben, folgender Vorschlag gemacht. Seien  $(\mu^1, \sigma^1, \lambda^1)$  die Modellparameter im Modell für die tagesmittleren Ausreißer in der kalten Jahreszeit und  $c_{11}, \dots, c_{13}$  die Anzahl der Elemente der  $CL_{11}, \dots, CL_{13}$ . Die Grenzen  $b_1$  und  $b_2$  für die Zuordnung eines simulierten

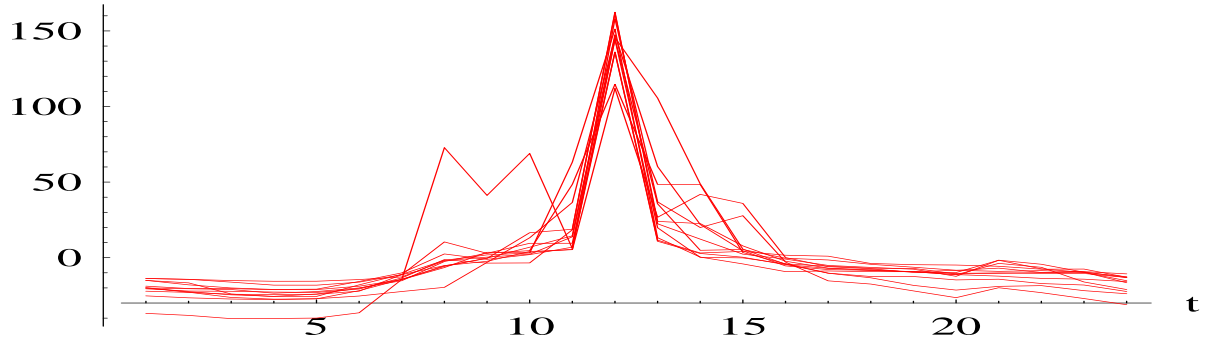


Abbildung 10: Ausreißer im Sommer (hoch)

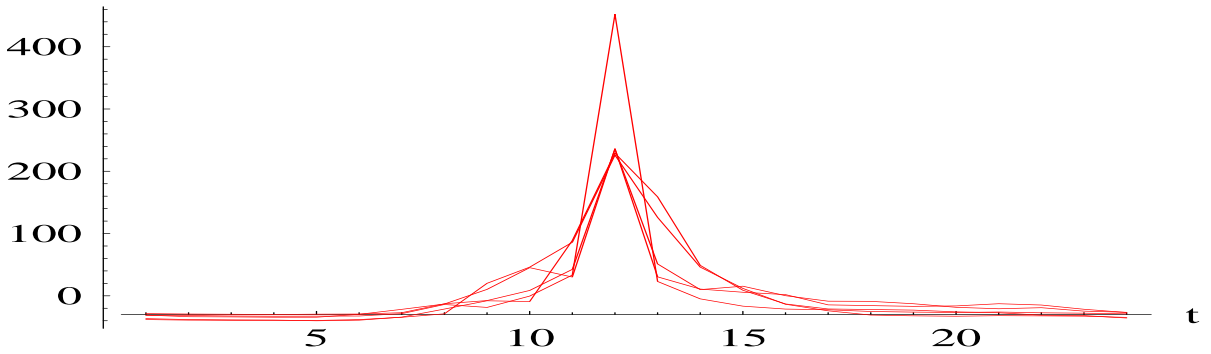


Abbildung 11: Ausreißer im Sommer (extrem)

Ausreißerwertes  $o_k > 0$  werden unter Beibehaltung der relativen Anzahl der Clusterelemente unter Normalverteilung, mit Hilfe der Verteilungsfunktion  $F(y, \mu^1, \sigma^1)$  als Lösung folgender Gleichungen berechnet:

$$F(b_1, \mu^1, \sigma^1) - F(\mu^1, \mu^1, \sigma^1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_{11}}{c_{11} + c_{12} + c_{13}} \quad (2.11)$$

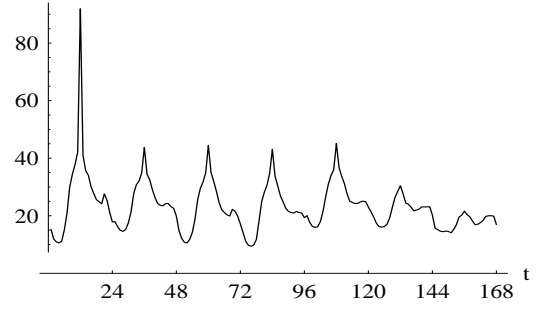
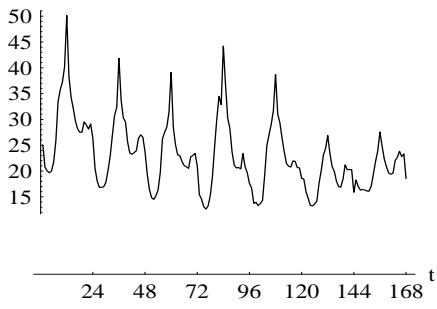
$$F(b_2, \mu^1, \sigma^1) - F(b_1, \mu^1, \sigma^1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_{12}}{c_{11} + c_{12} + c_{13}} \quad (2.12)$$

Falls für den simulierten Ausreißerwert  $o_k$  gilt:  $0 < o_k \leq b_1$  so wird diesem Tag der Cluster  $CL_{11}$  zugeordnet, für  $b_1 < o_k \leq b_2$  der Cluster  $CL_{12}$  und für  $o_k > b_2$  der Cluster  $CL_{13}$ .

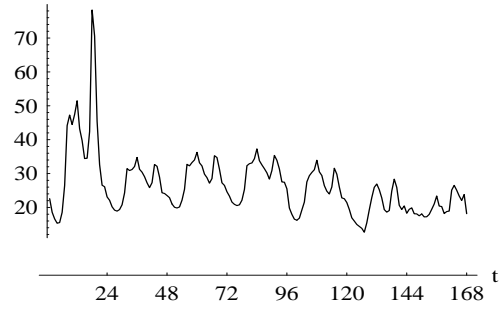
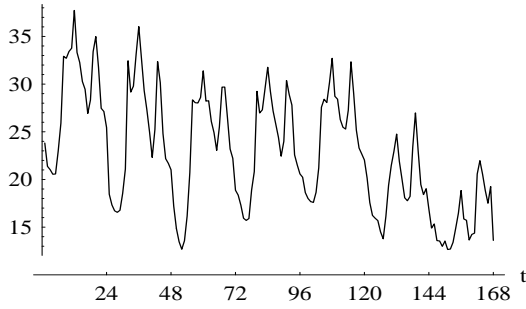
Die Clusteranalyse und die Identifikation der tagesmittleren Ausreißer liefern in etwa die gleiche Ausreißerzahl, daher erhält man für  $b_1$  und  $b_2$  sinnvolle Werte:  $b_1 \approx \mu^1 + \sigma^1$  sowie  $b_2 \approx \mu^1 + 2 \cdot \sigma^1$ .

Für die Simulation von tagesmittleren Preisszenarien bietet das Modell für die tagesmittleren Ausreißer deutlich mehr Flexibilität als die alleinige Verwendung der Ausreißercluster. Verzichtet man auf die Modellierung der tagesmittleren Ausreißer, kann man sich bei der Ausreißersimulation von vornherein auf die Ergebnisse der Clusteranalyse beschränken und die notwendigen Parameter - wie relative Häufigkeiten der mittleren, hohen und extremen Ausreißer in bestimmten Zeiträumen - direkt berechnen.

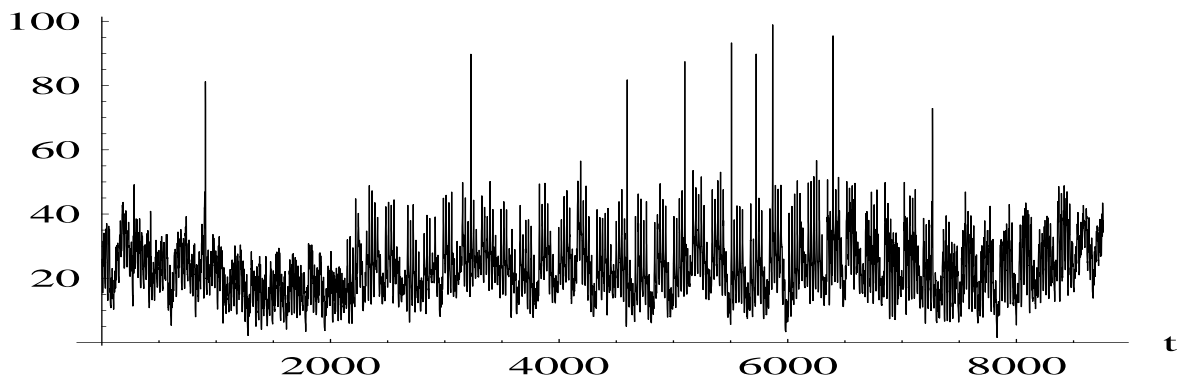
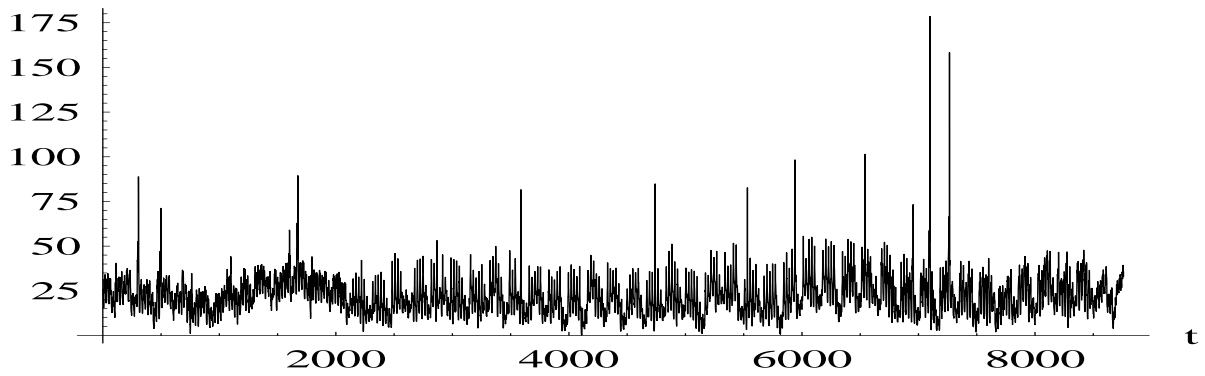
Danach erfolgt szenarienweise die Zuordnung der passenden Cluster für die verbleibenden Simulationstage. Die Tagespreisszenarien werden als Mittelwerte von Teilmengen der jeweiligen Clusterelemente erzeugt, analog zum bereits beschriebenen Vorgehen bei der elektrischen Last.



Wochenszenario der Spotpreise im Sommer mit und ohne Ausreißer



Wochenszenario der Spotpreise im Winter mit und ohne Ausreißer



Jahresszenarien der Spotpreise

## 2.4 Futures

Futures sind standardisierte Termingeschäfte, die an Börsen gehandelt werden. Käufer und Verkäufer kommen zum aktuellen Datum überein, eine bestimmte Menge Strom in einem in

der Zukunft liegenden Lieferzeitraum zum vereinbarten Preis abzunehmen oder zu liefern bzw. entsprechende Geldzahlungen zu leisten.

Bezeichne  $L_k$  den tagesmittleren Spotpreis zum Zeitpunkt  $k$ . Der faire Wert eines Monatsfutures mit der Fälligkeit  $K$  im Zeitpunkt  $k$  in einem liquiden Markt, vgl. [21, 23, 7], ist definiert als:

$$C_{k,K}^{f,M} = \mathbf{IE}[L_K|L_k], \quad K_0 \leq k \leq K \quad (2.13)$$

wobei  $[K_0, K]$  die Handelsperiode des Futures bezeichnet und  $\mathbf{IE}[\cdot]$  die bedingte Erwartung. Zum Zeitpunkt  $K + 1$  beginnt die bis  $K + L$  andauernde Lieferperiode. Innerhalb der Lieferperiode ist der Future weiterhin handelbar. Dabei erfolgt der Handel bis zum letzten Börsenhandelstag  $K + L'$ ,  $L' < L$  im Liefermonat falls dieser Tag nicht zugleich der letzte des Monats ist, andernfalls wird der Future am vorletzten Börsenhandelstag des Liefermonats letztmalig gehandelt. EEX-Futures-Monats-Kontrakte werden nicht physisch, sondern rein finanziell erfüllt.

Der Abrechnungspreis für Monatsfutures am letzten Handelstag wird Schlußabrechnungspreis genannt. Der Schlußabrechnungspreis ist als arithmetisches Monatsmittel des Phelix Base bzw. Phelix Peak für den Liefermonat definiert. Der Schlußabrechnungspreis ist somit der Preis, zu welchem der Strombezug für diesen Monat und diesen Lasttyp am Auktionsmarkt der EEX zu realisieren war.

Angepasst an die Regeln der EEX, vgl. [10], zur finanziellen Erfüllung der Monatsfutures wird als Underlying der Schlußabrechnungspreis verwendet:

$$C_{k,K+L}^{f,M,Base} = \mathbf{IE}\left[\sum_{j=K+1}^{K+L} L_j|L_k\right], \quad K_0 \leq k \leq K + L \quad (2.14)$$

Der faire Wert eines Monatsfutures (Baseload) zum Zeitpunkt  $k$  ist somit definiert als bedingter Erwartungswert des mittleren Spotpreises im Liefermonat in Abhängigkeit vom aktuellen Spotpreis  $L_k$ . Der Zeitpunkt  $k = K_0$  bezeichnet dabei die erste Stunde des ersten Handelstages des betreffenden Futures.

Bezeichne  $\{L_k^P, \quad k = 1, \dots, 653\}$  den mittleren Spotpreis in der Peakzeit (8 - 20 Uhr) zum Zeitpunkt  $k$  unter Ausschluss der Wochenenden -

$$L_k^P = \frac{1}{12} \cdot \mathbf{C}_k \cdot (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)^T.$$

Der faire Wert eines Monatsfutures (Peakload) zum Zeitpunkt  $k$  ist in analoger Weise definiert als bedingter Erwartungswert des mittleren Spotpreises im Liefermonat zur Peakzeit in Abhängigkeit vom aktuellen Spotpreis  $L_k$ :

$$C_{k,K+L}^{f,M,Peak} = \mathbf{IE}\left[\sum_{j=K+1}^{K+L} L_j^P|L_k\right], \quad K_0 \leq k \leq K + L \quad (2.15)$$

Die Bepreisung der Quartals- und Jahresfutures erfolgt in analoger Weise.

Die Marktsituation an der EEX bezogen auf den Futurehandel stellt sich folgendermaßen dar: der Markt ist sehr illiquide, die Handelsvolumina klein, die Feststellung der Futurepreise erfolgte im Jahr 2002 häufig durch Settlement. Die Handelsvolumina waren innerhalb der Handelsperiode nicht gleichverteilt, sondern zunächst sehr gering, stiegen mit fortschreitender Handelszeit an, waren in den letzten beiden Monaten vor der Fälligkeit maximal und sanken in der Lieferperiode quasi auf Null. In den Phasen hoher Handelsaktivität waren die Futurepreise sehr volatil, insbesondere bei den Monatsfutures für die Wintermonate irregulär hoch, während die Futurepreise zu Beginn der Handelsperiode kaum schwankten. Im Jahre 2003 ist ein deutlich höherer Umsatz am Terminmarkt zu beobachten. Irregulär hohe Preise bzw. extreme

Schwankungen kurz vor Eintritt in die Lieferperiode waren nur noch vereinzelt zu beobachten. Offenbar ist die Einführungsphase für die noch relativ neuen Produkte am Terminmarkt beendet, und das Handelsverhalten der Marktteilnehmer besser auf die fairen Futurepreise abgestimmt. Für die Verwendung der fairen Futurepreise im vorliegenden Optimierungsmodell mit einem Szenariobaum von sehr eingeschränkter Verzweigungsstruktur spricht die Vermeidung von Arbitragemöglichkeiten im Futurehandel. Innerhalb des Optimierungsmodells wird eine monatliche Portfolioumschichtung zugelassen, daher wird ein Preis pro Monat für jeden Futuretyp berechnet. In Abb. 12 und Abb. 13 wird das Zusammenspiel zwischen der Baum- bzw. Informationsstruktur und den Futurepreisen deutlich. Am Ende der Handelsperiode eines Futures sind so viele verschiedene Futurepreise vorhanden, wie zu diesem Zeitpunkt Szenarien unterscheidbar sind. Der Juli-Future bildet gleichzeitig die Verzweigungsstruktur des Szenariobaumes bis zum Zeitpunkt Juli ab. Für den Dezember-Future werden die Preise lokal im Baum berechnet, auf Grund der fehlenden gemeinsamen Wurzel und dem geringen Verzweigungsgrad im Szenariobaum entwickeln sich die Preise hier wie in Abb. 13 dargestellt. Jede Abweichung von den idealen Futurepreisen wird sofort Handelsaktivitäten bis zu den Handelsgrenzen nachschieben, die von vornherein klar sind bzw. bei Abweichungen in Szenarien ohne weitere Verzweigung am nächsten Handelszeitpunkt eröffnen sich Arbitragemöglichkeiten.

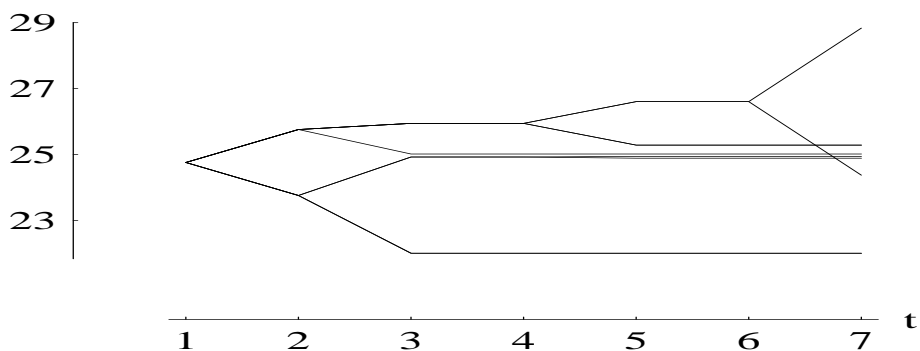


Abbildung 12: Bepreisung des Juli-Monatsfutures (Peakload)

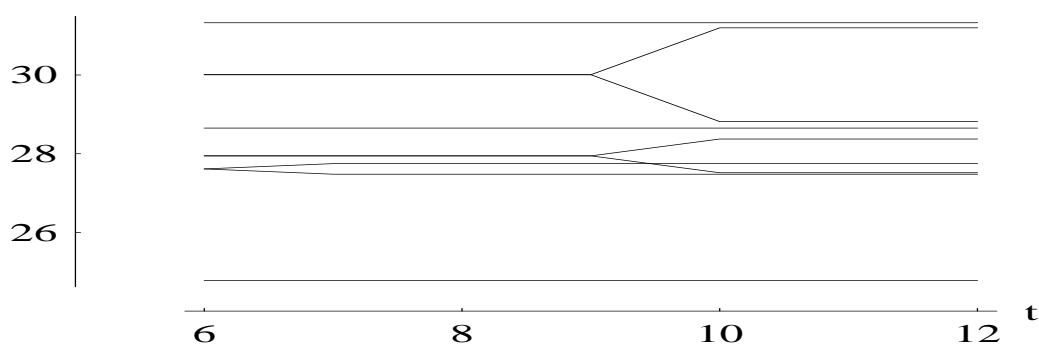


Abbildung 13: Bepreisung des Dezember-Monatsfutures (Peakload)

## 2.5 Generierung der Szenariobäume

Den Ausgangspunkt der Szenariobaumkonstruktion bilden endlich viele i.a. vektorielle Simulationsszenarien mit gemeinsamer Wurzel. Im vorliegenden Fall sind es Szenarien, deren beide

Komponenten Last- bzw. Spotpreis-Szenarien aus den in Kap. 2.2 bzw. 2.3 entwickelten Zeitreihen-Modellen durch Monte Carlo Simulation erhalten werden. Wir bezeichnen diese Szenarien und ihre Wahrscheinlichkeiten mit  $\{\xi^s\}_{s=1}^S$  und  $\{p_s\}_{s=1}^S$ . Dieser *Fächer* von Szenarien stellt wegen der gemeinsamen Wurzel bereits einen Szenariobaum dar. Im folgenden beschreiben wir eine Methodik, die diesen eventuell sehr großen Baum reduziert, d.h., die Anzahl der Szenarien verringert und die Struktur des Baumes modifiziert, aber die Baumform erhält. Dabei werden schrittweise ähnliche Szenarien gebündelt. Diese Methodik beruht auf einer sukzessiven Reduktionstechnik für Szenarien (vgl. [9]) und den in [16, 20] beschriebenen Algorithmen. Die Reduktionstechnik basiert auf der Verwendung eines geeigneten Abstandes von multivariaten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, der passend zum zu lösenden stochastischen Optimierungsproblem gewählt wird (vgl. [9]). Die Reduktion von Szenarien erfolgt so, daß nach Streichung von Szenarien die Approximationsgenauigkeit des neuen Szenariobaumes sich höchstens um eine vorgegebene Toleranz verschlechtert.

Geeignete Abstände von Wahrscheinlichkeitsverteilungen für diesen Zweck sind die sog. Transport-Metriken (vgl. [29]). Für zwei diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit jeweils endlich vielen Atomen (Szenarien) entsprechen diese Abstände gerade dem Optimalwert linearer Transportoptimierungsprobleme. Bezeichnen nämlich  $P$  bzw.  $Q$  die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die zu den Szenarien  $\xi^s$ ,  $s = 1, \dots, S$ , bzw.  $\tilde{\xi}^\sigma$ ,  $\sigma = 1, \dots, \tilde{S}$ , mit den Wahrscheinlichkeiten  $p_s$  bzw.  $q_\sigma$  gehören, so hat der Abstand von  $P$  und  $Q$  bzgl. einer solchen Transport-Metrik die Form

$$D_c(P, Q) = \max \left\{ \sum_{s=1}^S p_s u_s + \sum_{\sigma=1}^{\tilde{S}} q_\sigma v_\sigma : u_s + v_\sigma \leq c(\xi^s, \tilde{\xi}^\sigma), s = 1, \dots, S, \sigma = 1, \dots, \tilde{S} \right\}. \quad (2.1)$$

Die Metriken unterscheiden sich durch die Wahl der Funktion  $c$ , die die Rolle eines verallgemeinerten Abstandes im Raum der Szenarien entspricht. Wie bereits weiter oben erwähnt, ist es am günstigsten, diese Funktion an das stochastische Optimierungsproblem anzupassen (vgl. die Hinweise in [9]). Der Einfachheit halber beschreiben wir das Vorgehen für die universell verwendbare Funktion  $c := c_T$ , wobei  $c_t(\xi^s, \tilde{\xi}^\sigma) := \sum_{j=1}^t |\xi_j^s - \tilde{\xi}_j^\sigma|$  für  $t := 1, \dots, T$  und  $|\cdot|$  eine Norm bezeichnet.

Für den Spezialfall, daß die Menge der Szenarien  $\{\tilde{\xi}^\sigma\}_{\sigma=1}^{\tilde{S}}$  von  $Q$  eine Teilmenge von  $\{\xi^s\}_{s=1}^S$  ist, läßt sich eine bestmögliche Wahrscheinlichkeitsverteilung  $Q_*$  mit diesen Szenarien und minimalem  $D_c$ -Abstand zu  $P$  sowie auch der zugehörige Abstand  $D_c(P, Q_*)$  explizit (d.h. ohne Lösung linearer Transportprobleme) bestimmen. Hat nämlich  $Q$  die Szenarien  $\{\xi^s\}_{s \notin J}$  mit  $J \subset \{1, \dots, S\}$ , so hat  $Q_*$  die Wahrscheinlichkeiten

$$q_s^* = p_s + \sum_{j \in J(s)} p_j \quad (s \notin J) \quad \text{und es gilt} \quad D_c(P, Q_*) = \sum_{s \in J} p_s \min_{j \notin J} c(\xi^s, \xi^j), \quad (2.2)$$

wobei  $J(s) := \{j \in J : s = s(j)\}$  und  $s(j) \in \arg \min_{s \notin J} c(\xi^j, \xi^s)$  (vgl. [9]).

Zur Wahrscheinlichkeit  $p_s$  von Szenario  $s$  werden also alle die Wahrscheinlichkeiten zugeschlagen, deren zugehörige Szenarien im Sinne von  $c$  denselben minimalen Abstand zu Szenario  $s$  besitzen.

Das Vorgehen zur Konstruktion eines Szenariobaums besteht nun darin, daß  $P$  beginnend in  $t = T$  schrittweise für  $t = T, \dots, 1$  reduziert wird und die neuen Wahrscheinlichkeiten jeweils entsprechend der Formeln (2.2) berechnet werden. Die Reduktion wird im Zeitpunkt  $t$  bzgl. des Transport-Abstandes  $D_{c_t}$  durchgeführt, d.h. der Verlauf der Szenarien ab  $t + 1$  spielt keine Rolle. Für die Reduktion kann jeder der in [9, 20] beschriebenen Algorithmen verwendet werden. Die Indexmenge  $J_t$ , der im Schritt  $t$  zu streichenden Szenarien, wird so ausgewählt, daß sie eine möglichst große Kardinalität hat und der Transport-Abstand  $D_{c_t}$  der Wahrscheinlichkeitsverteilung im vorhergehenden Schritt zu der im aktuellen Schritt  $t$  kleiner als eine gewisse vorgegebene Toleranz ist.

Im Ergebnis entsteht die reduzierte Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_{\text{red}}$  eines Szenariobaums, dessen Szenarien in  $t$  die Gestalt  $\{\xi_t^s\}_{s \in I_t}$  haben und die (Knoten) Wahrscheinlichkeiten  $\{\pi_t^s\}_{s \in I_t}$  besitzen. Hierbei haben die Indexmengen  $I_t$  die Eigenschaft, daß  $I_0$  einelementig ist, und daß

$$I_0 \subset I_1 \subset \dots \subset I_T \subset I_{T+1} := \{1, \dots, S\}$$

sowie  $I_t \cup J_t = I_{t+1}$ ,  $t = 1, \dots, T$ , gilt. Überdies berechnen sich die Wahrscheinlichkeiten rekursiv (gemäß (2.2)) aus den Formeln  $\pi_{T+1}^s := p_s$  für  $s = 1, \dots, S$  und

$$\pi_t^s := \pi_{t+1}^s + \sum_{j \in J(t,s)} \pi_{t+1}^j \quad (2.3)$$

$$J(t, s) := \{j \in J_t : s = s(t, j)\} \quad s(t, j) \in \arg \min_{s \notin J_t} c_t(\xi^j, \xi^s) \quad (s \in I_t, t = T, \dots, 1). \quad (2.4)$$

Die Szenariobaumstruktur wird dadurch beschrieben, daß die Indexmenge  $\{s\} \cup J(t, s)$  die Menge aller Nachfolgerknoten zum Knoten des Szenarios  $s$  im Zeitpunkt  $t$  beschreibt. Die Anzahl der Elemente der Menge  $J(t, s)$  entspricht dem lokalen Verzweigungsgrad.

Im folgenden Beispiel beginnt die Konstruktion mit einem Fächer von  $S = 5$  Szenarien und 21 Knoten auf einem Zeithorizont mit  $T = 5$ . Die Szenarien sollen die gleichen Wahrscheinlichkeiten  $\frac{1}{5}$  besitzen und seien von oben nach unten numeriert. Im ersten Schritt erfolgt für  $t = T$  die Streichung des zweiten Szenarios und die Addition seiner Wahrscheinlichkeit zu der des ersten. Im zweiten Schritt wird für  $t = T - 1$  entschieden, das vierte Szenario für den Zeithorizont von  $t = 1$  bis  $t = T - 1$  zu streichen und seine Wahrscheinlichkeit zu der des fünften zu addieren. Analog wird im dritten bzw. vierten Schritt das erste Szenario für  $t = 1, 2, 3$  bzw. das

Abbildung 14: Konstruktion eines Szenariobaums durch sukzessive Reduktion eines Fächers

fünfte Szenario für  $t = 1, 2$  gestrichen und die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten von je  $\frac{2}{5}$  in beiden Fällen zu der des dritten Szenarios addiert. Der entstandene Baum verfügt noch über 11 Knoten. Die Knotenwahrscheinlichkeiten des ursprünglichen dritten Szenarios sind am Ende der Konstruktion  $\{1, 1, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\}$  für  $t = 1, \dots, 5$ .

### 3 Risiko-Modellierung

Entscheidungen von Stromversorgungsunternehmen unterscheiden sich nicht nur im zu erwartenden Gewinn, sondern, bedingt durch die Stochastik der Einflüsse, auch im Risiko, daß dieser



Gewinn nicht erreicht wird. Deshalb muß neben der Maximierung der erwarteten Gewinne einer Entscheidung auch die Minimierung ihres Risikos oder wenigstens die Beschränkung ihres Risikos modelliert werden (vgl. die Diskussion in [24]). In der vorliegenden Arbeit folgen wir Vorschlägen zur Modellierung des finanziellen *Risikos*, wie sie in neueren Arbeiten zur Finanzmathematik zu finden sind. Wir verweisen z.B. auf die einführende Darstellung in [35] und die moderne Präsentation in [14,Chapter 4]. Risiko-Modellierung bedeutet zunächst, daß jeder reellen Zufallsvariablen  $z$  aus einer Menge  $\mathcal{Z}$  eine reelle Zahl  $\rho(z) \in \mathbb{R}$  zugewiesen wird. Diese Abbildung  $\rho$  von  $\mathcal{Z}$  in  $\mathbb{R}$  ist dann der Prototyp eines *Risiko-Maßes*. In klassischen Arbeiten zur Finanzmathematik wurde die Varianz  $\mathbf{IE}[z^2]$  und in jüngerer Zeit der *Value at Risk*  $\text{VaR}_\alpha(z)$  als Maß  $\rho(z)$  verwendet. Dabei ist  $\text{VaR}_\alpha(z)$  gerade als das negative  $\alpha$ -Quantil der Zufallsvariablen  $z$  definiert bzw. präziser, da dies i.a. nicht eindeutig bestimmt ist, als

$$\text{VaR}_\alpha(z) := -\inf \{r \in \mathbb{R} : \mathbf{IP}[z \leq r] > \alpha\} \quad (\alpha \in (0, 1)).$$

Also ist die Wahrscheinlichkeit, daß  $z$  größer als  $-\text{VaR}_\alpha(z)$  ist, nicht größer als  $1 - \alpha$ .

In modernen Arbeiten [1,14] versteht man unter einem Risiko-Maß  $\rho$  eine Abbildung von einem linearen Raum  $\mathcal{Z}$  von reellen Zufallsvariablen über einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{IP})$  in  $\mathbb{R}$ , die folgende Bedingungen der *Monotonie* und *Translations-Invarianz* für alle  $z, \tilde{z} \in \mathcal{Z}$  erfüllt:

- (i)  $\rho(z) \geq \rho(\tilde{z})$ , falls  $z \leq \tilde{z}$ ,
- (ii)  $\rho(z + r) = \rho(z) - r$ , für jedes  $r \in \mathbb{R}$ .

Dabei wird angenommen, dass  $\mathcal{Z}$  alle Konstanten enthält. Die Monotonie-Bedingung (i) bedeutet, daß mit einer Vergrößerung einer zufallsbehafteten Geldmenge eine Verringerung des zugehörigen Risikos einhergeht. Bedingung (ii) impliziert insbesondere, daß  $\rho(z + \rho(z)) = 0$  gilt, d.h. eine zufallsbehaftete finanzielle Position  $z$  besitzt bei Addition eines fixen Geldbetrages von der Größe  $\rho(z)$  keine Risiko mehr. Man spricht von einem *konvexen* Risiko-Maß  $\rho$ , falls überdies die Bedingung

$$(iii) \quad \rho(\lambda z + (1 - \lambda)\tilde{z}) \leq \lambda\rho(z) + (1 - \lambda)\rho(\tilde{z}), \text{ für alle } \lambda \in [0, 1]$$

erfüllt ist. Die Forderung der Konvexität bedeutet anschaulich, daß eine Diversifizierung des Zufalls das Risiko nicht vergrößern sollte. Ist außerdem ein konvexes Risiko-Maß  $\rho$  *positiv homogen*, d.h. erfüllt es die Bedingung

$$(iv) \quad \rho(\lambda z) = \lambda\rho(z), \text{ für alle } \lambda \geq 0,$$

so spricht man von einem *kohärenten* Risiko-Maß.

Für kohärente und konvexe Risiko-Maße wurden in [1] bzw. [14] Aussagen über ihre allgemeine Gestalt bewiesen. Ist  $\mathcal{Z}$  der Raum aller beschränkten reellen Zufallsvariablen über einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{IP})$  und  $\rho$  ein kohärentes Risiko-Maß auf  $\mathcal{Z}$ , das eine schwache Stetigkeitsbedingung erfüllt, so existiert eine Menge  $\mathcal{Q}_\rho$  von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf  $(\Omega, \mathcal{F})$ , die Dichtefunktionen bezüglich  $\mathbf{IP}$  besitzen, so daß gilt

$$\rho(z) = \sup_{Q \in \mathcal{Q}_\rho} \{ -\mathbf{IE}_Q[z] := -\mathbf{IE}[z \cdot f] : f \text{ ist Dichte von } Q \} = \sup_{f \in \mathcal{D}_\rho} \{ -\mathbf{IE}[z \cdot f] \}, \quad (3.1)$$

wobei  $\mathcal{D}_\rho$  die Menge aller Dichten von Maßen in  $\mathcal{Q}_\rho$  bezeichnet [14, Theorem 4.26]. In gewisser Weise kann also jedes kohärente Risikomaß  $\rho$  als die negative Erwartung von  $z$  bzgl. desjenigen Wahrscheinlichkeitsmaßes  $Q^*$  in  $\mathcal{Q}_\rho$  interpretiert werden, das  $\mathbf{IE}_Q[z]$  bzgl.  $Q \in \mathcal{Q}_\rho$  minimiert.

Ein wichtiges Beispiel eines kohärenten Risikomaßes ist der *Conditional Value at Risk*

$$\text{CVaR}_\alpha(z) := \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{VaR}_\beta(z) d\beta = \inf_{r \in \mathbb{R}} \left\{ r + \frac{1}{\alpha} \mathbf{E}[\max\{0, -z - r\}] \right\} \quad (\alpha \in (0, 1)) \quad (3.2)$$

$$= \inf \left\{ y_1 + \frac{1}{\alpha} \mathbf{E}[y_2^{(1)}] : y_1 \in \mathbb{R}, y_2 \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+, -y_1 - y_2^{(1)} + y_2^{(2)} = z \right\} \quad (3.3)$$

wobei die zugehörige Menge  $\mathcal{D}_\rho$  von Dichten in der Darstellung (3.1) die Form

$$\mathcal{D}_{\text{CVaR}_\alpha} = \left\{ f : 0 \leq f(\omega) \leq \frac{1}{\alpha}, \mathbf{E}[f] = 1 \right\}. \quad (3.4)$$

besitzt. Eine wichtige Eigenschaft von  $\text{CVaR}_\alpha(z)$  ist, daß  $\text{VaR}_\alpha(z)$  eine Lösung des Minimumproblems in (3.2) ist, d.h. es gilt

$$\text{CVaR}_\alpha(z) = \text{VaR}_\alpha(z) + \frac{1}{\alpha} \mathbf{E}[\max\{0, -z - \text{VaR}_\alpha(z)\}] \geq \text{VaR}_\alpha(z)$$

für alle  $z \in \mathcal{Z}$  [30]. Die letzte Ungleichung ist deshalb von besonderem Interesse, da der Value at Risk  $\text{VaR}_\alpha$  selbst *kein* konvexes Risiko-Maß ist. Überdies ist  $\text{CVaR}_\alpha(z)$  stetig von  $\alpha$  abhängig,  $\text{VaR}_\alpha(z)$  jedoch nicht. Während der Value at Risk die Wahrscheinlichkeit eines Verlustes, aber nicht seinen Umfang, mißt, entspricht der Conditional Value at Risk dem mit  $\frac{1}{\alpha}$  gewichteten Mittel des Schwanzes von  $z$  oberhalb von  $-\text{VaR}_\alpha(z)$ . Die Eigenschaft, die den Conditional Value at Risk überaus attraktiv macht, besteht darin, daß er bei Verwendung in linearen stochastischen Optimierungsproblemen mit einer diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilung, d.h. endlich vielen Szenarien, durch Einführung zusätzlicher Variabler zu linearen Programmen führt [30, 31].

In [2] wird jedoch darauf hingewiesen, daß der CVaR bzw. auch der bisher diskutierte Begriff eines kohärenten Risiko-Maßes für eine Verwendung im mehrperiodischen Fall, wenn also anstelle einer reellen Zufallsvariable  $z$  ein reeller stochastischer Prozess  $z = \{z_t\}_{t=2}^T$  vorliegt, i.a. *nicht* geeignet ist. In [2, 3] wird deshalb ein Konzept für *mehrperiodische kohärente Risiko-Maße* entwickelt, in dem auch die verfügbare Information im Zeitpunkt  $t$  eine Rolle spielt. Diese Information wird durch  $\sigma$ -Algebren  $\mathcal{F}_t$ ,  $t = 2, \dots, T$ , mit  $\mathcal{F}_T = \mathcal{F}$  ausgedrückt. Ist die Menge  $\Omega$  endlich mit  $S$  Elementen und ist  $\mathcal{F}$  die Menge aller Teilmengen von  $\Omega$ , so haben die  $S$  Szenarien des Prozesses  $\{z_t\}_{t=2}^T$  Baumform und die Anzahl der Atome in  $\mathcal{F}_t$  entspricht der Anzahl der Realisierungen von  $z_t$ . In [3] wird dann die nachfolgende Erweiterung von (3.1) für den mehrperiodischen Fall bewiesen, die in der vorliegenden Arbeit als Definition für mehrperiodische kohärente Risiko-Maße dienen soll. Ein Abbildung  $\rho$ , die jedem beschränkten stochastischen Prozeß  $z = \{z_t\}_{t=2}^T$  mit den  $\sigma$ -Algebren  $\{\mathcal{F}_t\}_{t=2}^T$  eine reelle Zahl zuordnet heißt mehrperiodisches kohärentes Risiko-Maß, falls eine Menge  $\mathcal{D}_\rho$  von nichtnegativen Funktionen  $f = (f_2, \dots, f_T)$  existiert, so daß  $\sum_{t=2}^T \mathbf{E}[f_t] = 1$  gilt, die Anzahl der Realisierungen von  $f_t$  gleich der von  $z_t$  ist und die Darstellung

$$\rho(z) = \sup_{f \in \mathcal{D}_\rho} \left\{ - \sum_{t=2}^T \mathbf{E}[z_t \cdot f_t] \right\} \quad (3.5)$$

gültig ist. Wieder muß  $\rho$  zusätzlich eine gewisse Stetigkeitsbedingung erfüllen. In der Arbeit [11] wurde nun die Frage untersucht, ob sich auch im mehrperiodischen Fall kohärente Risiko-Maße finden lassen, die wesentliche Vorteile des CVaR auch im Fall der Anwendung in mehrstufigen stochastischen Optimierungsmodellen erhalten. Motiviert durch die Tatsache, daß der CVaR Optimalwert des zweistufigen stochastischen Programms (3.3) ist, wurde dazu die Abbildung  $\rho$  selbst als Optimalwert eines mehrstufigen stochastischen Programms mit stochastischem Eingangsprozeß  $z = \{z_t\}_{t=2}^T$  angesetzt. Unter Nutzung von Dualitätsresultaten für mehrstufige

stochastische Programme wurden dann Bedingungen an deren Koeffizienten hergeleitet, so daß  $\rho(z)$  gerade die Form (3.5) mit einer geeigneten Menge  $\mathcal{D}_\rho$  besitzt.

Betrachtet man rückblickend die Menge (3.4) für den CVaR im Fall  $T = 2$ , so erscheint die folgende Menge als eine mögliche Erweiterung auf den Fall  $T > 2$ :

$$\mathcal{D}_\rho = \{f : 0 \leq f_t(\omega) \leq \frac{1}{\alpha_t}, t = 1, \dots, T, \mathbf{IE}[f_2] = \frac{1}{T-1}, f_t = \mathbf{IE}[f_{t+1}|f_1, \dots, f_t], t = 2, \dots, T-1\},$$

wobei  $0 < \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_T < 1$ . Dabei bedeutet die letzte Bedingung unter Verwendung der bedingten Erwartung  $\mathbf{IE}[\cdot|f_1, \dots, f_t]$  gerade, daß  $\{f_t\}_{t=2}^T$  ein sog. Martingal ist. In [11] wird gezeigt, daß ein lineares  $T$ -stufiges stochastisches Programm mit  $z = \{z_t\}_{t=2}^T$  als stochastischem Eingangsprozeß existiert, so daß dessen Optimalwert gerade die Darstellung (3.5) mit der eben angegebenen Menge  $\mathcal{D}_\rho$  besitzt, also insbesondere ein mehrperiodisches kohärentes Risiko-Maß darstellt. Das stochastische Programm hat die folgende Gestalt

$$\rho(z) = \inf \left\{ \frac{1}{T-1} y_1^{(2)} + \sum_{t=2}^T \frac{1}{\alpha_t} \mathbf{IE}[y_t^{(1)}] : y_t \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}, t = 1, \dots, T-1, y_T \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+, \right. \\ \left. y_t \text{ ist nichtantizipativ, } -y_{t-1}^{(2)} - y_t^{(1)} + y_t^{(2)} = z_t, t = 2, \dots, T \right\}. \quad (3.6)$$

Vergleicht man dies mit (3.3), kann  $\rho$  als *mehrperiodische Version des CVaR* aufgefaßt werden.

## 4 Optimierungsmodell

In den letzten Jahren wurden eine Reihe von stochastischen Modellen zur Optimierung der Stromerzeugung in hydro-thermischen Kraftwerkssystemen entwickelt (vgl. z.B. [18, 26] und die dort zitierte Literatur). In neueren Arbeiten werden stochastische Modelle auch für die gleichzeitige Optimierung von Stromerzeugung und -handel genutzt (vgl. [13, 17, 24,33, 34]). Die entsprechenden Modelle unterscheiden sich dabei in der Detailliertheit der Abbildung der verschiedensten Stromhandelsprodukte. Für mittelfristige Zeithorizonte sind dabei die Modelle in [13] (für hydraulische Erzeugungssysteme), [24] und vor allem das in [34] geeignet.

Wir beschreiben im folgenden ein Modell für die mittelfristige Optimierung von Strombeschaffungs-Portfolios eines Energieversorgungsunternehmens im mittel- bzw. großstädtischen Bereich unter Berücksichtigung des zugehörigen Risikos. Aus Gründen der Komplexitätsreduzierung wird die elektrische Erzeugung entkoppelt von der Wärmeerzeugung modelliert. Vom evtl. vorhandenen Fernwärmenetz induzierte Restriktionen werden nicht explizit in das Modell aufgenommen. Ebenso wird hier auf eine Modellierung der Erzeugereinheiten mit Mindestbetriebs- und Mindeststillstandszeiten sowie den zugehörigen Anfahr- und Erzeugungskosten verzichtet. Dies ist erst im weiteren Verlauf des Projektes geplant. Die Bezeichnung der stochastischen Daten, der Modellparameter sowie der Optimierungsvariablen ist in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

### Stochastische Parameter:

Last

$L_n$

Spotpreis

$C_n^s$

Futurepreis

$C_{mk}^{f,j}$

### Parameter:

Unter- und Obergrenze Eigenerzeugung

$P_{t(n)}^{\text{Eig,min}}, P_{t(n)}^{\text{Eig,max}}$

Maximale Leistungsänderung der Eigenerzeugung pro Stunde

$P^{\text{LA}}$

Arbeitspreis Eigenerzeugung

$C_{t(n)}^{\text{Eig}}$

EEG-Bandbezug

$P_{t(n)}^{\text{EEG}}$

Arbeitspreis für den EEG-Bandbezug	$C_{t(n)}^{\text{EEG}}$
Leistung des festen Fahrplans	$P_{t(n)}^{\text{V}}$
Arbeitspreis des festen Fahrplans	$C_{t(n)}^{\text{V}}$
Arbeitspreis des flexiblen Fahrplans	$C_{t(n)}^{\text{O}}$
Leistungspreis des flexiblen Fahrplans	$C_{t(n)}^{\text{O,max}}$
Initialmargin für Futures (Monat/Quartal - Base/Peak)	$C^{\text{f,IM,j}}$
Unter- und Obergrenze für Futureposition mit Lieferung in Periode $k$	$F_{mk}^{\text{min}}, F_{mk}^{\text{max}}$
Transaktionskosten für Terminprodukte	$C^{\text{f,TK}}$
Verbraucherpreis pro $MWh$	$C^{\text{G}}$
<b>Optimierungsvariable:</b>	
Eigenleistung	$P_n^{\text{Eig}}$
Spotleistung	$P_n^{\text{S}} \in \mathbb{R}$
Einsatz des festen Fahrplans	$u^{\text{V}} \in \{0, 1\}$
Einsatz des flexiblen Fahrplans	$u^{\text{O}} \in \{0, 1\}$
Leistung des flexiblen Monatsfahrplans	$P_n^{\text{O,M}}$
Leistung des flexiblen Tagesfahrplans	$P_n^{\text{O,T}}$
Leistungsspitze des flexiblen (Tages-)Fahrplans	$P_n^{\text{O,max}}$
Futureposition mit Lieferung in Periode $k$	$F_{mk}$
Anzahl der gekauften Futures mit Lieferung in Periode $k$	$F_{mk}^{\text{P}}$
Anzahl der verkauften Futures mit Lieferung in Periode $k$	$F_{mk}^{\text{S}}$

#### 4.1 Restriktionen für die Eigenerzeugung

Die Eigenerzeugung  $P_n^{\text{Eig}}$  wird durch technische Parameter des Kraftwerksparks beschränkt. Die Grenzen  $P_{t(n)}^{\text{Eig,min}}$  und  $P_{t(n)}^{\text{Eig,max}}$  sind von der Außentemperatur und der thermischen Last abhängig. Die Obergrenzen wurden unter Beachtung der planbaren Revisionszeiten ermittelt. Diese Revisionszeiten sind daher implizit im Modell enthalten.

$$P_{t(n)}^{\text{Eig,min}} \leq P_n^{\text{Eig}} \leq P_{t(n)}^{\text{Eig,max}} \quad (4.1)$$

Weiterhin wird die maximale Laständerung innerhalb einer Stunde begrenzt, um ein unrealistisches Springen der Lösungen für die Eigenerzeugung zwischen ihren Extremwerten innerhalb kurzer Zeiträume zu verhindern. Der Parameter  $P^{\text{LA}}$  in (4.2) wird konstant gesetzt.

$$|P_n^{\text{Eig}} - P_{n-}^{\text{Eig}}| \leq P^{\text{LA}}, \quad t(n) > 1. \quad (4.2)$$

#### 4.2 Restriktionen für die Bezugsverträge

Im vorliegenden Modell sind zwei Vertragsformen integriert - ein fester und ein flexibler Bezugsvertrag. Der modellierte feste Vertrag wird zu einem Fixpreis mit einer Laufzeit von einem Jahr abgeschlossen. Der vertraglich vereinbarte Bezugsfahrplan ist nicht veränderbar. Die Vertragsgestaltung des flexiblen oder offenen Bezugsvertrages erlaubt im Rahmen vorgeschriebener zeitlicher Fristen eine Korrektur der vereinbarten fixen Bezugsmengen innerhalb bestimmter prozentualer Grenzen. Der bei Vertragsabschluß vorliegende Fahrplan für ein Jahr kann jeweils für den Folgemonat korrigiert dem Vertragspartner gemeldet werden. Eine letztmalige Korrektur ist am Vortag des Liefertages möglich. In (4.3) und (4.4) sind die Restriktionen zur Anpassung der Tages- und Monatsfahrpläne formuliert. Falls  $u^{\text{O}} = 0$ , so gilt  $P_n^{\text{O,M}} = P_n^{\text{O,T}} = 0$ ,  $\forall n \in \mathcal{N}$ .

$$(1 - \alpha) \cdot u^{\text{O}} \cdot P_{t(n)}^{\text{V}} \leq P_n^{\text{O,M}} \leq (1 + \alpha) \cdot u^{\text{O}} \cdot P_{t(n)}^{\text{V}} \quad (4.3)$$

$$(1 - \beta) \cdot P_n^{\text{O,M}} \leq P_n^{\text{O,T}} \leq (1 + \beta) \cdot P_n^{\text{O,M}} \quad (4.4)$$

In (4.5) und (4.6) wird die Anmeldung der Monatsfahrpläne und die dadurch induzierte Baumstruktur für die Variable  $P_n^{O,M}$  beschrieben. Ausgehend von einer Fahrplananmeldung in einem Szenario müssen die Monatsfahrpläne im Folgemonat in den abzweigenden Szenarien übereinstimmen. Seien  $m^1 \iff n^1, m^2 \iff n^2$  mit  $m^1_- = m^2_- = m \iff n$ .

$$(P_1^{O,M}, \dots, P_{n^1}^{O,M}) = (P_1^{O,M}, \dots, P_{n^2}^{O,M}), \quad t(m) = 1 \quad (4.5)$$

$$(P_{l^1}^{O,M}, \dots, P_{n^1}^{O,M}) = (P_{l^2}^{O,M}, \dots, P_{n^2}^{O,M}), \quad t(m) > 1 \quad (4.6)$$

$$l^1 \in \text{path}(n^1), \quad l^2 \in \text{path}(n^2), \quad l^1_- = l^2_- = n$$

Die Kosten des variablen Bezugsvertrages enthalten zwei Komponenten: einen nach Hochtarif- und Niedertarifzeit gesplitteten Arbeitspreis und einen Leistungspreis. Die zu zahlenden Kosten werden im vorliegenden Vertragsmodell auf Basis der tatsächlich bezogenen Strommenge und maximalen Leistung (Jahreshöchstleistung) ermittelt. Besonders die tatsächlich bezogene Jahreshöchstleistung beeinflusst die Gesamtkosten nachhaltig.

In (4.7) wird die Bestimmung der jährlichen Leistungsspitze der innerhalb des flexiblen Bezugsvertrages bezogenen Strommenge für jedes Szenario beschrieben.

$$P_n^{O,\max} = \max_{l \in \text{path}(n)} \{P_l^{O,T}\}, \quad \forall n \in \mathcal{N}_T \quad (4.7)$$

Die folgende Restriktion (4.8) hat optionalen Charakter. Sie erzwingt die Auswahl genau eines der beiden zur Wahl stehenden Verträge und steht im Einklang mit den Versorgungsstrategien kleinerer EVU's. Fehlt diese Restriktion, ergibt sich als Lösung des Optimierungsproblems möglicherweise ein Verzicht auf Verträge. Die Deckung des elektrischen Restbedarfs erfolgt in diesem Fall über die Spotbörse, die Risikoabsicherung mittels Stromfutures.

$$u^V + u^O = 1 \quad (4.8)$$

### 4.3 Restriktionen für den Handel am Spotmarkt

Das Spotmarktkonzept der EEX basiert auf zwei verschiedenen Marktmodellen: dem kontinuierlichen Handel (Xetra-Plattform) und dem Auktionshandel (Sapri-Plattform). Gehandelt werden auf der Xetra-Plattform fortlaufend Base- und Peak-Produkte und auf der Sapri-Plattform innerhalb der Auktion Stunden- oder Blockprodukte für den nächsten Tag. Eine Ausnahme bildet der Freitag, an dem der Handel für das Wochenende und den Montag durchgeführt wird. Die Modellierung beschränkt sich auf den Handel der Stundenkontrakte im geschlossenen Auktionshandel. Die Gebotsabgabe kann preisunabhängig oder preisabhängig erfolgen. In ersten Fall ist eine hohe Mengensicherheit gegeben und der Day-ahead-Charakter des Stromhandels kann durch eine einfache Modifikation der Baumstruktur der Spothandelsvariablen abgebildet werden. Im vorliegenden Modell wird vereinfachend angenommen, daß der Stromhandel in Ist-Zeit erfolgt. Der Auktionsmechanismus an der EEX Spotbörse wird in der vorliegenden Arbeit nicht modelliert, daher wird eine Mengensicherheit von 100% vorausgesetzt. Eine künstliche Begrenzung der Handelsvolumina erfolgt nicht.

### 4.4 Lastdeckungsrestriktionen

Die Lastdeckung erfolgt aus verschiedenen Quellen: der Eigenerzeugung, dem Spothandel sowie dem EEG-Bandbezug. Der EEG-Bandbezug wird dabei dem Energieversorgungsunternehmen vom jeweiligen Übertragungsnetzbetreiber im Zuge der Umlage von Stromeinspeisungen nach dem Erneuerbare-Energien-Gesetz vorgegeben. Zusätzlich können verschieden Typen langfristiger Bezugsverträge abgeschlossen werden.

$$L_n = P_n^{\text{Eig}} + P_n^{O,T} + u^V P_{t(n)}^V + P_n^S + P_{t(n)}^{\text{EEG}} \quad (4.9)$$

## 4.5 Restriktionen für den Terminhandel

Die Parameter eines Futuregeschäftes an der EEX - wie Volumen, Lieferort bzw. Lieferdauer, Qualität, finanzielle und physische Abwicklung - sind standardisiert. Käufer und Verkäufer vertreten dabei entgegengesetzte Positionen über die zukünftige Entwicklung der Strompreise und vereinbaren entsprechend den Kontraktspezifikationen, Geldzahlungen innerhalb eines Lieferzeitraumes in der Zukunft zu leisten. Der Future ist charakterisiert durch einen täglichen Gewinn- und Verlustausgleich sowie durch die Verpflichtung zur Hinterlegung von Sicherheiten.

EEX-Futures sind durch folgende Parameter charakterisiert: EEX Quartals- und Jahreskontrakte werden durch Kaskadierung erfüllt, Monatskontrakte werden nicht physisch sondern finanziell erfüllt.

Die Schlußabrechnung wird am Ende der Handelsperiode durchgeführt. Für Monatsfutures ist der Schlußabrechnungspreis die Grundlage für die Berechnung des Barausgleichs in der Lieferperiode. Für Quartals- und Jahresfutures definiert der Schlußabrechnungspreis den Wert der zu kaskadierenden Position.

Bei jeder Positionseröffnung ist eine Basissicherheit, die sogenannte Additional Margin oder Initial Margin, zu hinterlegen. Sie deckt das Risiko der maximal anfallenden Kosten für die Glattstellung aller offenen Positionen eines Handelsteilnehmers am nächsten Börsentag unter Annahme der ungünstigsten Preisentwicklung ab. Die Additional Margin ist während der gesamten Kontraktlaufzeit gebunden.

Die Wertveränderung der Futuresposition ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Abrechnungspreis (Settlementpreis) des aktuellen Tages und dem Abrechnungspreis des Vortages bzw. dem Einstandspreis. Diese Wertveränderung multipliziert mit dem Kontraktvolumen und der Kontraktanzahl führt zu täglichen Gutschrift oder Nachschussverpflichtung, die Variation Margin genannt wird.

Die Lieferperiode beschreibt den Zeitraum, für den der Barausgleich zwischen dem vertraglich festgelegten Preis des Terminkontraktes und dem tatsächlichen Preis des Stromes unter Berücksichtigung des Lasttypes vereinbart wird. Handelbar sind maximal die nächsten sechs Kalendermonate und der aktuell in der Lieferperiode befindliche Monat, die jeweils nächsten sieben Kalenderquartale und die jeweils nächsten drei Kalenderjahre. Die Fälligkeit ist der Zeitpunkt, an dem der jeweilige Kontrakt in die Lieferperiode wechselt. Jahres- und Quartalskontrakte werden am vorletzten Börsenhandelstag vor Beginn der Lieferperiode kaskadiert. Monatskontrakte werden am letzten Börsenhandelstag vor Beginn der Lieferperiode fällig, bleiben aber auch in der Lieferperiode handelbar. Die Kontrakte sind neben den Lieferperioden in die Lasttypen Grundlast (Baseload) und Spitzenlast (Peakload) unterteilt. Die Grundlast umfasst die Liefertage Montag bis Sonntag für alle 24 Lieferstunden eines Tages. Die Spitzenlast umfasst die Liefertage Montag bis Freitag einschließlich bundesweiter Feiertage, jedoch nur jeweils die Lieferstunden von 08.00 Uhr bis 20.00 Uhr (MEZ). Das Kontraktvolumen beschreibt die der Ausgleichzahlung zugrundeliegende Liefermenge Strom. Die Lieferrate pro Kontrakt ist 1 MW während jeder Lieferstunde der Lieferperiode.

Im vorliegenden Modell wird zur Vermeidung ganzzahliger Variablen vereinfachend für die in 4.10 auftretenden Variablen angenommen:  $F_{m,k}^p, F_{m,k}^s \in \mathbb{R}_+$  und  $F_{m,k} \in \mathbb{R}_+$ . Innerhalb des finanziellen Teils des Modells wird eine Portfolioumschichtung einmal pro Monat in der jeweils letzten Stunde dieses Monats erlaubt. Diese technische Fixierung steht zwar nicht im Einklang mit den Handelszeiten, hat jedoch keinen qualitativen Einfluß auf die Lösungen. Die in diesem Monat im Lieferstadium befindlichen Monatsfutures sind zum Zeitpunkt der Portfolioumschichtung nicht mehr handelbar.

Zur Wahrung der Übersichtlichkeit wird in (4.10) die Futurebalance eines Monatsfutures unter Beachtung eines kaskadierten Quartalfutures des gleichen Liefertyps beschrieben. Die In-

dizes  $M$  und  $Q$  bezeichnen Monat und Quartal. Zur Veranschaulichung identifiziere man  $t(m-)$  mit Februar,  $t(m)$  mit März,  $t(k)$  mit April,  $t(l)$  mit Mai und  $t(r)$  mit Juni. Der Aprilmonatsfuture ist bis einschließlich März handelbar, der Quartalsfuture Q2 (April, Mai, Juni) ist bis Februar handelbar und kaskadiert im März. Die Variablen  $F_{m,k}^{M,kask}$ ,  $F_{m,l}^{M,kask}$  und  $F_{m,r}^{M,kask}$  sind Hilfsvariablen. Seien  $t(k) = t(m) + 1$ ,  $t(l) = t(k) + 1$ ,  $t(r) = t(l) + 1$ .

In (4.10) wird die Anzahl  $F_{m,k}^M$  des betrachteten Monatsfutures zum Zeitpunkt  $t(m)$  aufdatiert. Die Bilanz enthält die Anzahl der Futures im Vormonat ( $t(m-)$ ), die Anzahl der neugekauften Futures  $F_{m,k}^{M,p}$  sowie die Anzahl der verkauften Futures  $F_{m,k}^{M,s}$  im Zeitpunkt  $t(m)$  und die aus der Kaskadierung eines Quartalsfutures stammenden Monatsfutures  $F_{m,k}^{M,kask}$ . Die Gleichung (4.11) beschreibt in analoger Weise die Bilanzierung des Quartalsfutures zum Zeitpunkt  $t(m-)$ . Somit beschreibt  $F_{m-,m}^Q$  die verbliebenen Quartalsfutures, die zum Zeitpunkt  $t(m)$  kaskadieren, vgl. (4.15). In (4.12) – (4.14) wird die Aufteilung des Volumens des Quartalsfutures anteilig auf die entstehenden drei Monatsfutures beschrieben.

$$F_{m,k}^M = F_{m-,k}^M + F_{m,k}^{M,p} - F_{m,k}^{M,s} + F_{m,k}^{M,kask} \quad (4.10)$$

$$F_{m-,m}^Q = F_{m--,m}^Q + F_{m-,m}^{Q,p} - F_{m-,m}^{Q,s} \quad (4.11)$$

$$F_{m,k}^{M,kask} = \alpha_{t(m)} F_{m-,m}^Q \quad (4.12)$$

$$F_{m,l}^{M,kask} = \alpha_{t(l)} F_{m-,m}^Q \quad (4.13)$$

$$F_{m,r}^{M,kask} = \alpha_{t(r)} F_{m-,m}^Q \quad (4.14)$$

$$1 = \alpha_{t(m)} + \alpha_{t(l)} + \alpha_{t(r)}$$

$$F_{m,m}^Q = 0, \quad F_{k,k}^M = 0$$

$$0 \leq F_{m,k}^M \leq F_{m,k}^{M,max}, \quad t(m) < t(k) \quad (4.15)$$

$$0 \leq F_{w,m}^Q \leq F_{w,m}^{Q,max}, \quad t(w) < t(m) \quad (4.16)$$

Für noch nicht handelbare Futures bzw. abgelaufene Futures gilt:  $F_{m,k}^M = 0$ ,  $F_{w,m}^Q = 0$ .

## 4.6 Monatlicher Cashflow

Der Cashflow setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen: den Erlösen am Spot- und Terminmarkt, den Einnahmen durch Zahlungen der Stromkunden des Energieversorgungsunternehmens, vermindert um die Erzeugungskosten, Kosten durch Nutzung der Bezugsverträge sowie die Kosten für den EEG-Bandbezug.

Die folgende Gleichung beschreibt exemplarisch den Anteil des in Gleichung (4.10) betrachteten Monatsfutures am gesamten monatlichen Cashflow für Termingeschäfte:

$$z_m^M = z_{m-}^M \quad (4.17)$$

$$+ F_{m,k}^{M,s} (C^{f,IM,M} - C^{f,TK}) \quad (4.18)$$

$$- F_{m,k}^{M,p} (C^{f,IM,M} + C^{f,TK}) \quad (4.19)$$

$$+ F_{m-,k}^M (C_{m,k}^{f,M} - C_{m-,k}^{f,M}) \quad (4.20)$$

$$+ F_{m,k}^{M,kask} (C_{m,k}^{f,M} - C_{m-,m}^{f,Q}) \quad (4.21)$$

$$+ F_{m-,m}^M C^{f,IM,M} \quad (4.22)$$

$$2 < t(m) < t(k)$$

Der Gleichungsteil (4.17) beschreibt den Portfoliowert für diesen Futuretyp aus dem Vormonat. In (4.15) und (4.16) wird gefordert, daß der Verkauf von Futures lediglich aus dem Portfoliobestand erfolgen darf. Für kleinere Marktteilnehmer ist eine derartige Begrenzung des Futurebestandes durchaus sinnvoll, da das Handelsziel dieser Teilnehmer in erster Linie in der Absicherung geplanter Stromkäufe besteht. Mit den Voraussetzungen (4.15) und (4.16) ist die Verrechnung der Initialmargins in (4.18) und (4.19) korrekt beschrieben, da der Gesamtbestand eines Futuretypes nichtnegativ ist. In (4.20) wird die monatliche Gewinn- und Verlustrechnung (Variation Margin) für den Monatsfuture modelliert, während (4.21) das Analogon für den Quartalsfuture bei Kaskadierung beschreibt. Die Variation Margin zum Kaufs- bzw Verkaufszeitpunkt wird nicht berechnet, da im Modell pro Tag nur ein Preis zur Verfügung steht. In (4.22) ist Rückzahlung der Initialmargins im Vormonat abgelaufener Futures modelliert. Die Rückzahlung der Initialmargins für den kaskadierten Quartalsfuture erfolgt über die neu entstandenen Monatsfutures und taucht nicht explizit im Modell auf.

Es bezeichne nun  $z_m^f$  die Summe der monatlichen Cashflows für alle zum Zeitpunkt  $t(m)$  gemäß (4.17) – (4.22) bilanzierbaren Futuretypen im Knoten  $m$ . Weiterhin bezeichne  $z_m$  den Buchwert des Portfolios unter Berücksichtigung aller ein- und ausgehenden Zahlungsströme im Knoten  $m$ . Seien  $m \in \mathcal{M} \iff l \in \mathcal{N}$  und  $m_- \iff r \in \mathcal{N}$ ,  $t(m) > 1$ .

$$z_m = z_m^f + \sum_{\substack{n \in \text{path}(l), \\ t(r) < t(n) \leq t(l)}} (L_n C^G - C_n^S P_n^S - C_{t(n)}^{\text{Eig}} P_n^{\text{Eig}} - u^V C_{t(n)}^V P_{t(n)}^V - C_{t(n)}^{O,T} P_n^{O,T} - C_{t(n)}^{\text{EEG}} P_{t(n)}^{\text{EEG}}) \quad (4.23)$$

In den Blättern des  $\mathcal{M}$ -Baumes kommen zusätzlich die Kosten entsprechend dem Leistungspreis des flexiblen Bezugsvertrages hinzu:  $-P_n^{O,\max} C^{O,\max}$ ,  $m \in \mathcal{M}_T \iff l \in \mathcal{N}, n \in \text{path}(l)$ . Diese Kosten können durch eine leichte Modellmodifizierung auch auf die einzelnen Monate umgelegt werden.

Für Spotverkäufe gilt  $P_n^S < 0$ , diese gehen daher als positiver Anteil in die Bilanz (4.23) ein. Die Kosten für eine *MWh* aus der Eigenerzeugung unterscheiden sich nach Haupt- und Schwachlastzeiten sowie nach Hoch- und Niedertarifzeiten. Der Verbraucherpreis  $C^G$  wurde vereinfachend als konstant angenommen.

## 4.7 Zielfunktion

Das Optimierungsziel im vorliegenden Modell besteht in der Maximierung einer gewichteten Summe des mittleren Cashflows am Ende des Optimierungshorizontes und des Cashflow-Risikos im gesamten Zeitintervall. Dabei wird als Risiko-Maß  $\rho$  die in Kap. 3 eingeführte mehrperiodische Version (3.6) des CVaR verwendet. Die Zielfunktion hat in Baumformulierung die Gestalt

$$(1 - \gamma) \sum_{m \in \mathcal{M}_T} \pi_m z_m - \gamma \rho(z), \quad \text{wobei} \quad (4.24)$$

$$\rho(z) = \inf \left\{ \frac{1}{T-1} y_1^{(2)} + \sum_{m \in \mathcal{M} \setminus \{1\}} \frac{1}{\alpha t(m)} \pi_m y_m^{(1)} : y_m \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}, m \in \mathcal{M} \setminus \mathcal{M}_T, \right. \\ \left. y_m \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+, m \in \mathcal{M}_T, -y_{m_-}^{(2)} - y_m^{(1)} + y_m^{(2)} = z_m, m \in \mathcal{M} \setminus \{1\} \right\}.$$

Hierbei spielt  $\gamma \in [0, 1]$  die Rolle eines Parameters, der die Relation zwischen Gewinn-Maximierung und Risikoaversion steuert.

Zu Vergleichszwecken wird auch der  $\text{CVaR}_\alpha$  verwendet. Dieser hat gemäß (3.3) die Gestalt

$$\text{CVaR}_\alpha(z) = \inf \left\{ y_1 + \sum_{m \in \mathcal{M}_T} \frac{\pi_m}{\alpha} y_m^{(1)} : y_m \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+, -y_1 - y_m^{(1)} + y_m^{(2)} = z_m, m \in \mathcal{M}_T \right\}.$$



Die Minimierungsprobleme zur Berechnung des Risiko-Maßes werden in das Maximierungsproblem der Zielfunktion (4.24) integriert und der Vektor  $y$  zu den Optimierungsvariablen hinzugenommen.

## 5 Numerische Resultate

Die Modellvalidierung wurde anhand von Daten der DREWAG Stadtwerke Dresden GmbH vorgenommen. Die DREWAG versorgt als Querverbundunternehmen ca. 300.000 Klein- und 2.800 Sondervertragskunden mit Strom (ca. 2,2 TWh/a) und ca. 6600 Objekte mit Fernwärme (ca. 1,7 TWh/a). Zur Eigenerzeugung stehen an 6 Standorten Heizkraftwerke und Heizwerke zur Verfügung, wobei das am Standort "Nossener Brücke" 1995 in Betrieb genommene GuD-Heizkraftwerk mit einer Engpaßleistung von 260 MW elektrisch und 475 MW Heiz- und Prozeßwärme die maßgebliche Eigenerzeugungsanlage repräsentiert. Rund ein Drittel der den Kunden der DREWAG bereitgestellten elektrischen Arbeit wird zur Zeit als fixer Fahrplanbezug am Markt eingekauft. Weiterhin nimmt DREWAG am Spotmengenhandel der EEX teil.

Die Testrechnungen wurden auf einem Pentium III PC mit 700 MHz Taktfrequenz und 500 MB Arbeitsspeicher durchgeführt. Das Optimierungsmodell wurde mit GAMS 21.0 erstellt, die Problemlösung erfolgte mit Hilfe des integrierten Solvers CPLEX 8.0. Zusätzlich wurde das GAMS-Modell in 2 Teile partitioniert, um die Gesamtcompilierungszeit zu senken. Erste Rechnungen wurde mit 9 Jahresszenarien in stündlicher Diskretisierung durchgeführt. Ein Szenario besitzt die Wahrscheinlichkeit 0,2 und die restlichen 0,1. Die Wahrscheinlichkeitslevel im Risiko-Maß wurden auf  $\alpha_t = \alpha = 0,2$  gesetzt. Das Modell enthält insgesamt 2 binäre und etwa 1,2 Millionen stetigen Variablen. In diesem Fall betragen die Compilierungszeiten von GAMS 21.0 etwa 4 h für den 1. Teil sowie etwa 1,5 h für den 2. Teil. Die Rechenzeit von CPLEX 8.0 beträgt bei freier Vertragswahl etwa 6 h, bei nochmaliger Rechnung mit einem fixierten Vertrag reduziert sich die Rechenzeit auf etwa 3 h.

Die geringe Anzahl von Szenarien und die damit verbundene eingeschränkte Verzweigungsstruktur des Baums läßt eine Verallgemeinerung der erhaltenen Resultate natürlich nur bedingt zu, jedoch sind einige interessante Beobachtungen zu machen.

Bei Werten des Wichtungsfaktors  $\gamma$  mit  $0 \leq \gamma \leq 0.5$  – also einer stärker risikobehafteten Lösung – erfolgt die Lastdeckung neben des konstanten EEG-Bandbezugs aus 2 Quellen: der Eigenerzeugung und dem Spothandel. Ein Bezugsvertrag wird in diesem Fall *nicht* gewählt. Zudem erfolgt ein aktiver Futurehandel, d.h. der gleiche Futuretyp wird in einigen Fällen innerhalb der Handelsperiode mehrfach gekauft und verkauft. Der Umfang des Futurehandel ist insgesamt eher gering – jedoch wird dieses zusätzliche rein finanzielle Mittel zur Gewinnmaximierung durchaus genutzt.

Der Cashflow-Verlauf unterscheidet sich für  $\gamma = 0$  deutlich innerhalb der einzelnen Szenarien, insbesondere zu Beginn des Optimierungszeitraumes treten erhebliche Schwankungen auf, vgl. Abb. 15. In Abb. 16 ist der Verlauf des Cashflows in den einzelnen Szenarien für  $\gamma = 0.5$  dargestellt. Die Verwendung des mehrperiodischen Risikomaßes sorgt hier offensichtlich für eine wesentliche geringere Streuung der Cashflow-Werte in *jedem* Zeitschritt. Beobachtet wurde auch, daß der mittlere Cashflow für  $\gamma = 0$  nur wenig größer als im Falle  $\gamma = 0.5$  war. Die Ergebnisse der Vergleichsrechnung mit  $\text{CVaR}_\alpha$  als Risiko-Maß und  $\gamma = 0.5$  in Abb. 17 zeigen, daß die Cashflow-Werte in den ersten Zeitperioden deutlich mehr streuen. Dies scheint die in Kap. 3 erwähnte Kritik am CVaR zu bestätigen. Angemerkt werden muß aber auch, daß die Rechenzeiten von CPLEX 8.0 bei Verwendung des CVaR deutlich geringer sind (nur 2,5 h), daß also das mehrperiodische Risiko-Maß seinen Preis hat.

Bei Werten des Wichtungsfaktors  $\gamma$  mit  $\gamma > 0.5$  – also einer risikoaversen Lösung – erfolgt die Lastdeckung neben dem EEG-Bandbezug aus 3 Quellen: der Eigenerzeugung, dem Spothandel

und dem *flexiblen Bezugsvertrag*. Interessant ist neben der Auswahl eines langfristigen Bezugsvertrages auch die Leistung des flexiblen Vertrags in den einzelnen Szenarien. Der feste Bezugsvertrag enthält im Sommer eine Leistungspitze, die andere lokale Maxima deutlich übersteigt. Die Leistung des flexiblen Vertrages weicht an dieser Stelle innerhalb der zugehörigen Restriktionen in allen Szenarien maximal nach unten ab, während ansonsten häufig der Spielraum erlaubter Abweichungen nach *oben* ausgenutzt wird, vgl. Abb. 19. Die geringen Arbeitspreise des flexiblen Bezugsvertrages werden also optimal ausgenutzt.

Die Tendenz der Angleichung der einzelnen Cashflow-Szenarien wird für  $\gamma = 0.75$  noch deutlicher, vgl. Abb. 18. Die Ausbildung eines lokalen Maximums im vorletzten Zeitschritt ist die Folge der Zahlung des Leistungspreises aus dem flexiblen Vertrag am Ende des Zeithorizontes.

In Abb. 20 ist die Lösung für den Handel mit Stundenkontrakten am EEX-Spotmarkt für ein Szenario dargestellt. Hierbei ist ein Verkauf durch eine negative Leistung modelliert, dieser findet im wesentlichen in den Nachtstunden statt. In der kalten Jahreszeit liegt der Zukauf an der Börse auf Grund der höheren elektrischen Last im Mittel deutlich über den Zukäufen im Sommer.

Abbildung 15: Cashflow ( $\gamma = 0$ )

Abbildung 16: Cashflow ( $\gamma = 0.5$ )

Abbildung 17: Cashflow mit CVaR ( $\gamma = 0.5$ )

Abbildung 18: Cashflow ( $\gamma = 0.75$ )

Leistung des flexiblen Bezugsvertrages

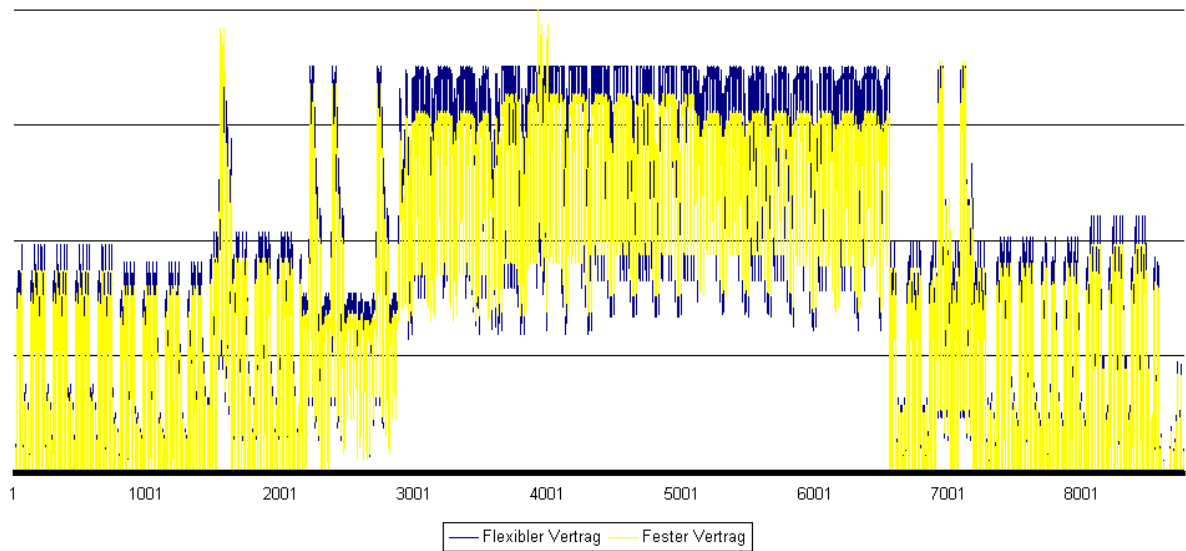


Abbildung 19: Bezugsmenge des flexiblen Vertrages im Vergleich zum festen Vertrag ( $\gamma = 0.75$ )

### Leistung Spotmarkt

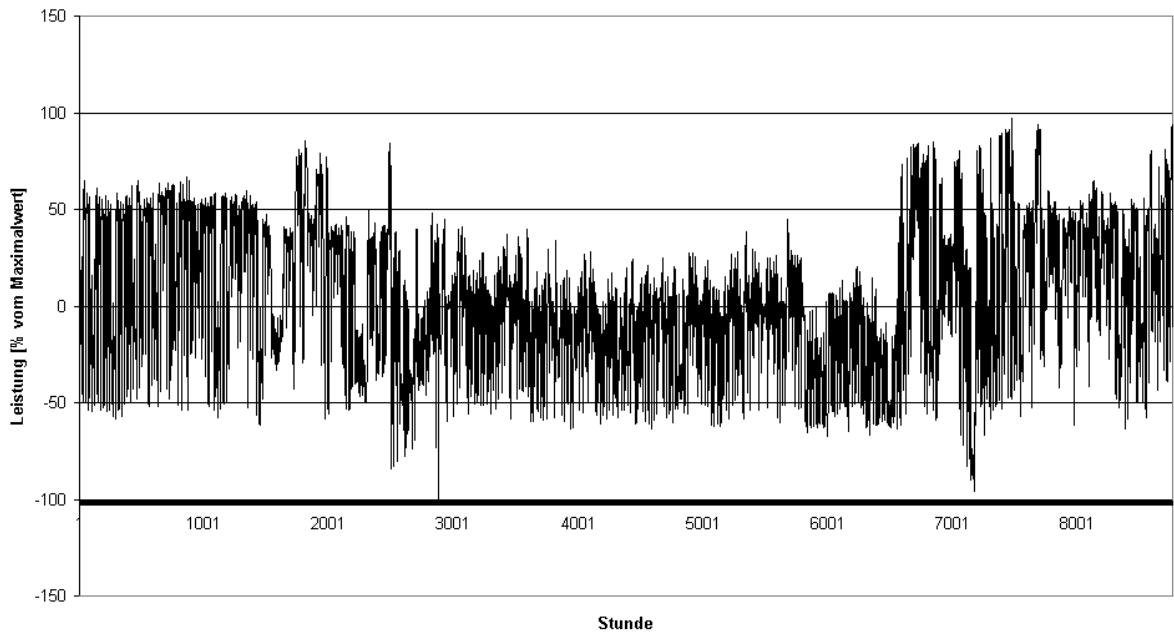


Abbildung 20: Spothandel ( $\gamma = 0.75$ )

### Futurebestand Monatsbaseload März

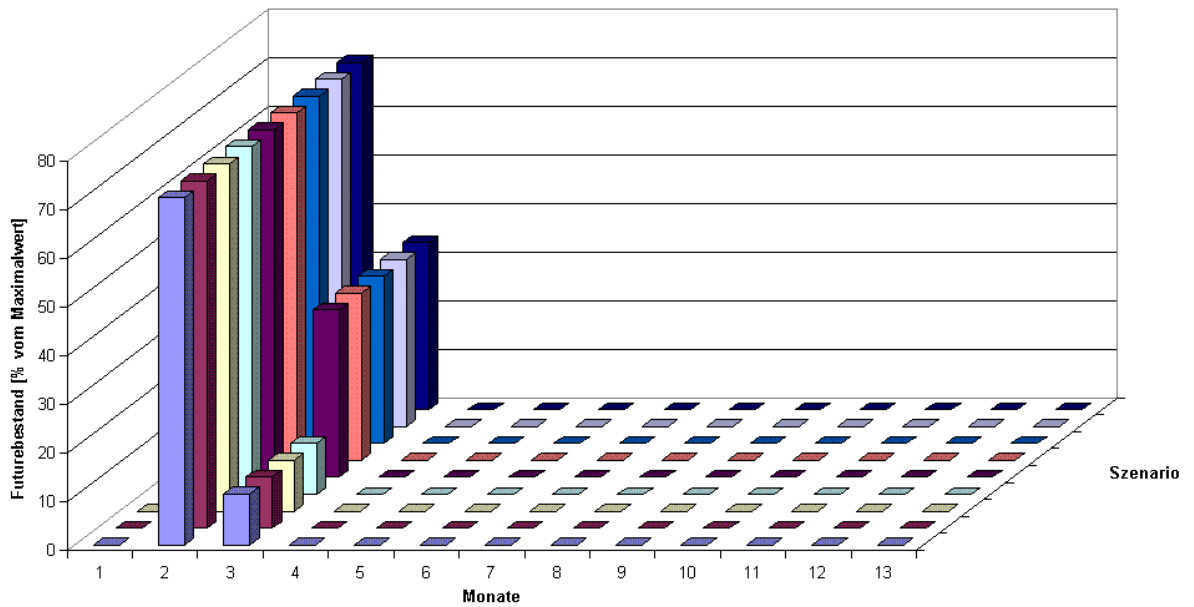


Abbildung 21: Änderung der Futurepositionen bei einem Monatsfuture ( $\gamma = 0.75$ )

## Danksagung:

Die Arbeit an diesem Projekt wurde gefördert im Rahmen des BMBF-Programms *Neue Mathematische Verfahren in Industrie und Dienstleistungen*. Die Autoren danken Dipl.-Math. A. Eichhorn und Dipl.-Math. H. Heitsch (Humboldt-Universität Berlin) für zahlreiche wertvolle Hinweise und Diskussionen.

## Literatur

- [1] Artzner, P.; Delbaen, F.; Eber, J.-M.; Heath, D.: Coherent measures of risk. *Mathematical Finance* 9 (1999), 203–228.
- [2] Artzner, P.; Delbaen, F.; Eber, J.-M.; Heath, D.; Ku, H.: Coherent multiperiod risk measurement, available from <[www.math.ethz.ch/~delbaen](http://www.math.ethz.ch/~delbaen)>, 2002.
- [3] Artzner, P.; Delbaen, F.; Eber, J.-M.; Heath, D.; Ku, H.: Coherent multiperiod risk adjusted values and Bellmann’s principle, available from <[www.math.ethz.ch/~delbaen](http://www.math.ethz.ch/~delbaen)>, 2003.
- [4] Birge, J.R.; Louveaux, F.: *Introduction to Stochastic Programming*. Springer, New York, 1997.
- [5] Bollerslev, T.: Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* vol. 31 (1986), 307–327.
- [6] Brockwell, P. J.; Davies, R. A.: *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer, New York, 1996.
- [7] Clewlow, L.; Strickland, C.: *Energy Derivatives: Pricing and Risk Management*. LACIMA Publications, London, 2000.
- [8] Dupačová, J.; Consigli, G.; Wallace, S.W.: Scenarios for multistage stochastic programs. *Annals of Operations Research* 100 (2000), 25–53.
- [9] Dupačová, J.; Gröwe-Kuska, N.; Römisch, W.: Scenario reduction in stochastic programming: An approach using probability metrics. *Mathematical Programming, Ser. A* 95 (2003), 493–511.
- [10] EEX Homepage : <http://www.eex.de/>
- [11] Eichhorn, A.; Römisch, W.: Polyhedral risk measures in stochastic programming. Manuskript, 2003 (in Vorbereitung).
- [12] Escribano, Á; Pêna, J.; Villaplana, P: Modeling electricity prices: international evidence. Working Paper 02-27. *Economics Series 08* 2002.
- [13] Fleten, S.-E.; Wallace, S.W.; Ziemba, W.T.: Hedging electricity portfolios via stochastic programming. In: *Decision Making Under Uncertainty: Energy and Power* (C. Greengard, A. Ruszczyński eds.), IMA Volumes in Mathematics and its Applications Vol. 128, Springer, New York 2002.
- [14] Föllmer, H.; Schied, A.: *Stochastic Finance: An Introduction in Discrete Time*, Walter de Gruyter, Berlin 2002.
- [15] Gröwe-Kuska, N.; Heitsch, H.; Römisch, W.: Modellierung stochastischer Datenprozesse für Optimierungsmodelle der Energiewirtschaft. In: *IT-Lösungen für die Energiewirtschaft in liberalisierten Märkten*, VDI-Berichte 1647, VDI-Verlag, Düsseldorf 2001, 69–78.
- [16] Gröwe-Kuska, N.; Heitsch, H.; Römisch, W.: Scenario reduction and scenario tree construction for power management problems, IEEE Bologna Power Tech Proceedings (A. Borghetti, C.A. Nucci, M. Paolone eds.), 2003.
- [17] Gröwe-Kuska, N.; Kiwiel, K.C.; Nowak, M.P.; Römisch, W.; Wegner, I.: Power management in a hydro-thermal system under uncertainty by Lagrangian relaxation. In: *Decision Making under Uncertainty: Energy and Power* (C. Greengard, A. Ruszczyński eds.), IMA Volumes in Mathematics and its Applications Vol. 128, Springer, New York 2002, 39–70.
- [18] Gröwe-Kuska, N.; Nowak, M.P.; Römisch, W.; Wegner, I.: Optimierung eines hydro-thermischen Kraftwerkssystems unter Ungewißheit. In: *Optimierung in der Energieversorgung III*, VDI-Berichte 1508, VDI-Verlag, Düsseldorf 1999, 147–157.

- [19] Gröwe-Kuska, N.; Nowak, M.P.; Wegner, I.: Modeling of uncertainty for the real-time management of power systems. In: *Online Optimization of Large Scale Systems* (M. Grötschel, S. Krumke, J. Rambau eds.), Springer-Verlag, Berlin 2001, 621–645.
- [20] Heitsch, H.; Römisch, W.: Scenario reduction algorithms in stochastic programming. *Computational Optimization and Applications* 24 (2003), 187–206.
- [21] Karesen, K.; Husby, E.: A Joint State-Space Model for Electricity Spot and Future Prices. Report no. 965, Norwegian Computing Center (2000).
- [22] Knittel, C.; Roberts, M.: An Empirical Examination of Deregulated Electricity Prices. POWER WP-087, University of California Energy Institute, 2001.
- [23] Koekebakker, S.; Ollmar, F.: Forward curve dynamics in the Nordic electricity market. Working Paper, 2001.
- [24] Krasenbrink, B.: Integrierte Jahresplanung von Elektrizitätserzeugung und -handel. *Aachener Beiträge zur Energieversorgung*, Band 81, Aachen 2002.
- [25] Lucia, J. J.; Schwartz, E. S.: Electricity prices and power derivatives. Evidence from the Nordic Power Exchange. Forthcoming in *Review of Derivatives Research*, 2000.
- [26] Nowak, M.P.; Römisch, W.: Stochastic Lagrangian relaxation applied to power scheduling in a hydro-thermal system under uncertainty. *Annals Operations Research* 100 (2000), 251–272.
- [27] Nowicka-Zagrajek, J.; Weron, R.: Modeling electricity loads in California: ARMA models with hyperbolic noise. *Signal Processing*, 82 (2002), 1903–1915.
- [28] Pribičević, B.: Planung der Strombeschaffung kommunaler Energieversorgungsunternehmen. *Aachener Beiträge zur Energieversorgung*, Band 89, Aachen 2002.
- [29] Rachev, S.T.; Rüschendorf, L.: *Mass Transportation Problems*. Springer, New York 1998.
- [30] Rockafellar, R.T.; Uryasev, S.: Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking & Finance* 26 (2002), 1443–1471.
- [31] Römisch, W.: Optimierungsmethoden für die Energiewirtschaft: Stand und Entwicklungstendenzen. In: *Optimierung in der Energieversorgung*, VDI-Berichte 1627, VDI-Verlag, Düsseldorf 2001, 23–36.
- [32] Ruszczyński, A., Shapiro, A. (eds.): *Stochastic Programming*, Handbooks of Operations Research and Management Science, Vol. 10, Elsevier, Amsterdam 2003.
- [33] Takriti, S.; Krasenbrink, B.; Wu, L.S.-Y.: Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem. *Operations Research* 48 (2000), 268–280.
- [34] Sen, S.; Yu, L.; Genc, T.: A stochastic programming approach to power portfolio optimization. *Stochastic Programming E-Print Series* 02-2003 (<[www.speps.info](http://www.speps.info)>).
- [35] Szegö, G.P.: Measures of risk, *Journal of Banking & Finance* 26 (2002), 1253–1272.
- [36] Wolfram Research: Mathematica Time Series Pack. Reference and Users Guide. Champaign, IL, 1995.