

Stochastische Optimierung mit rekombinierenden Szenariobäumen - Analyse dezentraler Energieversorgung mit Windenergie und Speichern

Dipl.-Math. **C. Küchler**, Dipl.-Math. **S. Vigerske**, Prof. Dr. **W. Römisch**,
Humboldt-Universität zu Berlin,
Dipl.-Kfm. **O. Woll**, Prof. Dr. **C. Weber**, Universität Duisburg-Essen, Essen,
Dipl.-Ing. **A. Epe**, Prof. Dr.-Ing. **H.-J. Wagner**, Ruhr-Universität Bochum

Kurzfassung

Im Hinblick auf den in Deutschland wachsenden Windenergieanteil und die steigenden Rohstoffpreise für Primärenergieträger stellt sich die Frage, unter welchen Einsatzbedingungen Speicher für elektrische Energie in einem durch zunehmende Unsicherheiten geprägten Umfeld durch zeitliche Entkopplung von Angebot und Nachfrage einen Beitrag zur kostengünstigen Strombereitstellung liefern können.

Zur Untersuchung dieser Fragestellung betrachten wir ein Optimierungsmodell eines Energieerzeugungssystems zur regionalen Stromversorgung, bestehend aus thermischen Kraftwerken, Windenergie, verschiedenen Speichersystemen sowie der Möglichkeit des Stromim- und exports. Die Ermittlung eines kostenminimalen Einsatzplans ermöglicht die Untersuchung der Wirtschaftlichkeit und optimalen Dimensionierung der eingesetzten Speichertechnologien. Die Unsicherheiten hinsichtlich der zeitlichen Verfügbarkeit von Windenergie sowie der Entwicklung der EEX-Preise finden in Form stochastischer Prozesse Eingang in das Modell.

Da einerseits zur Untersuchung optimaler Investitions- und Ausbauentscheidungen Modelle mit längerfristigen Planungshorizonten betrachtet werden, andererseits die detaillierte Abbildung der zufälligen und stark fluktuierenden Parameter eine hohe zeitliche Auflösung erfordert, ist das resultierende Optimierungsproblem aufgrund seiner Dimension mit verfügbaren Standardlösern nicht mehr behandelbar. Eine Reduktion der Komplexität kann durch die Verwendung rekombinierender Szenariobäume erreicht werden. Jedoch lassen diese im Allgemeinen die Berücksichtigung zeitkoppelter Restriktionen, welche insbesondere für den Betrieb von Speichern wesentlich sind, nicht zu. Daher verwenden wir die in [7] entwickelten Dekompositionstechniken, welche die Struktur rekombinierender Szenariobäume zur simultanen Approximation von Teilproblemen nutzen. Dies ermöglicht die Betrachtung langer Zeithorizonte bei gleichzeitig guter Abbildung der volatilen stochastischen Prozesse in hoher zeitlicher Auflösung.

1 Einleitung

Deutschland ist das Land mit der weltweit höchsten installierten Windkraftleistung: Im Jahr 2006 waren es rund 20 GW (rd. 16,6% der Gesamtkraftwerksleistung in Deutschland) und damit trug die Windenergie rund 6% zur gesamten Stromerzeugung bei. Deutschland ist das Land mit der weltweit höchsten installierten Windkraftleistung: Im Jahr 2006 waren es rund 20 GW (rd. 16,6% der Gesamtkraftwerksleistung in Deutschland) und damit trug die Windenergie rund 6% zur gesamten Stromerzeugung bei. Mit dem geplanten Offshore-Ausbau sollen es 2030 bis zu 50 GW installierte Leistung sein, womit mehr als ein Viertel des Strombedarfs aus Windenergie bereitgestellt werden kann. Vor allem die zum Teil starken und kurzzeitigen Schwankungen der Windenergieeinspeisung in das elektrische Netz und die örtliche Konzentration auf den Norden des Landes bereiten den Netzbetreibern und Energieversorgern zunehmend Probleme. Durch die Vorhaltung von Regel- und Reserveenergie in den Back-Up-Kraftwerken können zwar konventionelle Energieträger eingespart werden, jedoch keine Investitionskosten im Kraftwerkspark [10].

Elektrische Energiespeicher bieten die Möglichkeit, Angebot und Nachfrage zu entkoppeln und somit eine bessere Auslastung vorhandener Kraftwerksanlagen zu erreichen. Verstärktes Interesse resultiert darüber hinaus aus den über die letzten Jahre geänderten Rahmenbedingungen. Infolge der Liberalisierung der Strommärkte und dem daraus entstandenen Handel an den Strombörsen ergibt sich heute als grundlegendes Ziel der Speicherung elektrischer Energie die Speicherung kostengünstiger Überschuss-Energie in Schwachlastzeiten und die darauf folgende, zeitversetzte Produktion von teurem Spitzenstrom in Zeiten erhöhter Nachfrage.

Die veränderten Rahmenbedingungen konfrontieren die Energieversorgung allerdings auch mit erheblichen Unsicherheiten. Winddargebot und Strompreise sind stochastisch und weisen hohe Volatilitäten auf. Daher ist der Einsatz stochastischer Optimierung bei der Analyse der Energieversorgung unerlässlich [11]. Zur Untersuchung des Einsatzes von Speichertechnologien in der Betriebsoptimierung wurde in [4] ein stochastisches Optimierungsmodell zur Stromversorgung eines bestimmten Gebietes (Stadt oder Region) entwickelt. Dieses Modell wurde um die Möglichkeit der Investition in Speicher- sowie Kraftwerkstechnologien erweitert, um die Relevanz von Energiespeichern auf längere Sicht zu untersuchen.

2 Modell zur Untersuchung der Ökonomie von Speichern: "Versorgung einer Region"

Zur Analyse der dezentralen Energieversorgung mit Windenergie und Speichern wurde ein mehrstufiges stochastisches Optimierungsmodell entwickelt. Aufgabe des Modells ist die Ermittlung einer kostenminimalen Stromerzeugung, deren zeitlicher Verlauf durch repräsentative Profile auf der Nachfrageseite vorgegeben wird. Zunächst wurde der Fokus auf die Betriebsoptimierung der einzelnen Erzeugungseinheiten eines festen Systems über ein Jahr gelegt, im

weiter entwickelten Modell werden zusätzlich Investitionsentscheidungen (Zubau von Speichern und Kraftwerken) ermöglicht. Die detaillierte Modellierung der Betriebsoptimierung ist in [4] dargestellt. Um die Möglichkeit des Zubaus von Speichern bzw. Kraftwerken zu integrieren, wurde die Fixierung der Kapazitäten der Investitionstechnologien aufgehoben und im Modell als variabel betrachtet. Somit werden im Vergleich zu [4] hier neben den Betriebskosten auch die annuitätischen Investitionskosten für die verwendeten Technologien berücksichtigt.

Der jährliche Betrieb wird im vorliegenden Modell auf Grund des längeren Optimierungshorizonts über Typmonate in stündlicher Auflösung berechnet. Der betrachtete Zeitraum wird durch einzelne Stützjahre abgebildet, die jeweils als Repräsentanten für eine gewisse Anzahl von Jahren stehen. Die Entscheidungen vorangegangener Stützjahre werden dabei in den folgenden Stützjahren berücksichtigt. Um zukünftige Entwicklungen der relevanten Größen wie Brennstoffpreise, Stromnachfrage oder Strompreise einzubeziehen, wird simultan über den gesamten Planungshorizont optimiert. Dabei werden die Kosten für die Stützjahre als Barwert für die Restlaufzeit fortgeschrieben und durch Diskontieren auf den Bewertungszeitpunkt vergleichbar gemacht.

Als stochastische Größen treten im Modell Windenergie und Strompreise auf. Aus entsprechenden Simulationen für die jeweiligen Größen werden rekombinierende Szenariobäume erstellt, deren besondere Struktur Voraussetzung für das im nächsten Abschnitt präsentierte Optimierungsverfahren ist. Dieses liefert die minimal erreichbaren erwarteten Kosten der Energieversorgung der betrachteten Region. Weiterhin erhält man optimale Entscheidungen bezüglich der Investitionen in Kraftwerke und Speichertechnologien sowie den Betrieb der Anlagen.

3 Dekomposition mittels rekombinierender Szenariobäume

In diesem Abschnitt skizzieren wir das in [7] entwickelte, auf rekombinierenden Szenariobäumen basierende Lösungsverfahren für lineare mehrstufige stochastische Optimierungsprobleme (MSP).

3.1 Problemformulierung

Das Modell aus Abschnitt 2 lässt sich als allgemeines MSP der folgenden Form formulieren:

$$\min \mathbb{E} \left[\langle c, y \rangle + \sum_{t=1}^T \langle b_t(\xi_t), x_t \rangle \right] \quad (1)$$

$$\text{so dass } x_t \in X_t, \quad x_t \in \sigma(\xi^t), \quad t = 1, \dots, T,$$

$$A_{t,0}x_t + A_{t,1}x_{t-1} + A_{t,2}y = h_t(\xi_t), \quad t = 2, \dots, T, \quad (2)$$

$$y \in Y := \mathbb{Z}_+^r \times \mathbb{R}_+^s. \quad (3)$$

Der Vektor y enthält alle (teilweise diskreten) deterministischen Ausbau- und Zubauentscheidungen und der Vektor x_t alle Entscheidungsvariablen zum Zeitpunkt t . Die Vektoren c und $b_t(\xi_t)$ bezeichnen die Investitions- und Betriebskosten.

Die Mengen X_t sind abgeschlossen und polyhedral und modellieren deterministische, statische lineare Restriktionen zur Zeit t , d.h. insbesondere die Bedingungen der Nachfragedeckung und der Nichtüberschreitung vorhandener Produktionskapazitäten. Die Gleichungen (2) beschreiben stochastische und zeitkoppelnde Nebenbedingungen, z.B. hinsichtlich der Produktion von Windstrom, der Speicherfüllstände und der von Zubauentscheidungen abhängigen Produktionskapazitäten.

Der die Unsicherheit bezüglich der zukünftigen Windenergieeinspeisung und den EEX Spotpreisen modellierende bivariate zeitdiskrete stochastische Prozess $\xi = (\xi_t)_{t=1,\dots,T}$ geht in das Modell mittels der affin-linearen Kosten $b_t(\cdot)$ und rechten Seiten $h_t(\cdot)$ ein.

Entscheidungen x_t zum Zeitpunkt t dürfen nur von den bis t beobachtbaren Realisierungen des stochastischen Prozesses abhängen. Bezeichnet man den Vektor (ξ_1, \dots, ξ_t) mit ξ^t , so wird diese *Nichtantizipativität* durch die Bedingung $x_t \in \sigma(\xi^t)$ formalisiert.

Um eine numerische Lösung von (1) zu ermöglichen, wird angenommen dass jedes ξ^t Werte in einer endlichen Menge $\Xi^t = \{\xi_{(1)}^t, \dots, \xi_{(n_t)}^t\}$ annimmt und damit der Prozess ξ durch einen Szenariobaum repräsentiert werden kann, siehe z.B. [3]. Problem (1) kann dann als ein (großes) deterministisches lineares Optimierungsproblem formuliert und im Prinzip durch verfügbare lineare Löser gelöst werden.

Da allerdings mit wachsendem Zeithorizont Problem (1) zu groß wird um als Ganzes lösbar zu sein, greift man auf Dekompositionstechniken zurück [8]. Für eine *zeitliche* Dekomposition betrachtet man Zeitstufen $0 = R_0 < R_1 < \dots < R_n < R_{n+1} = T$ und definiert die Kostenfunktion zur Zeit R_j und im Zustand $(x_{R_j}, y, \xi_{(i)}^{R_j}) \in X_{R_j} \times Y \times \Xi^{R_j}$ rekursiv mittels $\mathcal{Q}_{R_{n+1}}(\cdot, \cdot, \cdot) := 0$ und der Bellmann Gleichung

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{R_j}(x_{R_j}, y, \xi_{(i)}^{R_j}) := & \tag{Q_{R_j}} \\ & \min \mathbb{E} \left[\sum_{t=R_j+1}^{R_{j+1}} \langle b_t(\xi_t), x_t \rangle + \mathcal{Q}_{R_{j+1}}(x_{R_{j+1}}, y, \xi^{R_{j+1}}) \middle| \xi^{R_j} = \xi_{(i)}^{R_j} \right] \\ & \text{so dass } x_t \in X_t, \quad x_t \in \sigma(\xi^t), \quad t = R_j + 1, \dots, R_{j+1}, \\ & \quad A_{t,0}x_t + A_{t,1}x_{t-1} + A_{t,2}y = h_t(\xi_t), \quad t = R_j + 1, \dots, R_{j+1}, \end{aligned}$$

für $j = 1, \dots, n$. Mit dieser Notation kann Problem (1) (im Sinne der dynamischen Programmierung) formuliert werden als

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbb{E} \left[\langle c, y \rangle + \sum_{t=1}^{R_1} \langle b_t(\xi_t), x_t \rangle + \mathcal{Q}_{R_1}(x_{R_1}, \xi^{R_1}) \right] \tag{Q_0} \\ \text{so dass} \quad & y \in Y, \quad x_t \in X_t, \quad x_t \in \sigma(\xi^t), \quad t = 1, \dots, R_1, \\ & A_{t,0}x_t + A_{t,1}x_{t-1} + A_{t,2}y = h_t(\xi_t), \quad t = 2, \dots, R_1, \end{aligned}$$

und z.B. mit dem *Nested Benders Dekompositionsverfahren* gelöst werden [1, 8, 9].

3.2 Rekombinierende Szenariobäume

Zum Zeitpunkt t hat der den Prozess ξ repräsentierende Szenariobaum $n_t = |\Xi^t|$ Knoten $u = 1, \dots, n_t$, wobei der Knoten u dem Ereignis $\{\xi^t = \xi_{(u)}^t\}$ entspricht. Eine besondere Situation ergibt sich, wenn die in zwei Knoten u und k zu einem Zeitpunkt R_j ansetzenden Teilbäume übereinstimmen, d.h. die entsprechenden bedingten Verteilungen von $(\xi_t)_{t=R_j+1, \dots, T}$ gleich sind:

$$\mathbb{P} \left[(\xi_t)_{t=R_j+1, \dots, T} = a \mid \xi^{R_j} = \xi_{(u)}^{R_j} \right] = \mathbb{P} \left[(\xi_t)_{t=R_j+1, \dots, T} = a \mid \xi^{R_j} = \xi_{(k)}^{R_j} \right] \quad (4)$$

für alle $a \in \mathbb{R}^{2(T-R_j)}$, vgl. Bild 1.

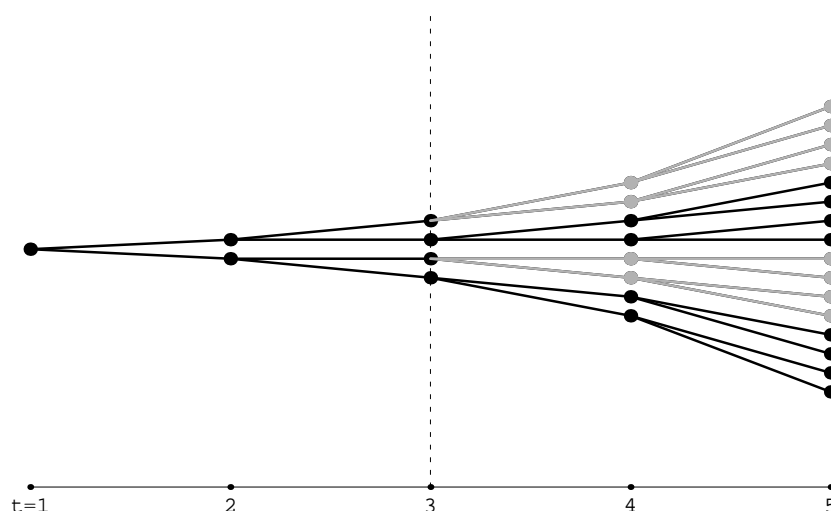


Bild 1: Szenariobaum (schematisch) mit Eigenschaft (4), $R_1 = 3$ und $m_{R_1} = 2$, d.h. zwei verschiedene Teilbäume beginnen zur Zeit 3. (Die schwarzen und die grauen Bäume stimmen jeweils überein.)

Eigenschaft (4) ermöglicht es, den Prozess ξ durch einen Szenariobaum darzustellen, in dem die Knoten u und k zusammgelegt, d.h. *rekombiniert* werden. Wiederholtes Rekombinieren in den Zeitstufen R_j ergäbe einen Szenariobaum, dessen Knotenzahl nunmehr linear statt exponentiell mit der Anzahl der Zeitstufen wächst.

Da im Allgemeinen jedoch die szenarioabhängige Entscheidung x_{R_j} in den Knoten u und k unterschiedlich ausfallen wird, ist die Verwendung eines derart rekombinierenden Baumes zur Lösung eines Optimierungsproblems mit zeitkoppelnden Restriktionen nicht ohne Weiteres möglich. Wir verweisen auf [12], wo daher diese Restriktionen in einer relaxierten Form Eingang finden.

Allerdings kann Eigenschaft (4), d.h. die Übereinstimmung von Teilbäumen von Nutzen sein, da sie die Identität der Kostenfunktionen $\mathcal{Q}_{R_j}(\cdot, \xi_{(u)}^{R_j})$ und $\mathcal{Q}_{R_j}(\cdot, \xi_{(k)}^{R_j})$ mit sich bringt. In [7] wurde gezeigt dass unter Eigenschaft (4) die numerischen Vorteile rekombinierender Szenariobäume durch eine Modifikation der Nested Benders Dekomposition [1, 8, 9] von Problem (1) erhalten und gleichzeitig die koppelnden Restriktionen präzise berücksichtigt werden können.

3.3 Lösungsalgorithmus

Im Folgenden skizzieren wir den entwickelten Algorithmus für den Fall einer einzigen Rekombinierung ($n = 1$) und nutzen der Einfachheit halber die Notation $R := R_1$. Für die Erweiterung auf den Fall mehrfacher Rekombinierungen verweisen wir auf [7].

Wir betrachten die dynamische Formulierung (\mathcal{Q}_0) des Problems (1). Die Benders Dekomposition wertet die (stückweise linearen und konvexen) Funktionen $(x_R, y) \mapsto \mathcal{Q}_R(x_R, y, \xi_{(u)}^R)$ in einer adaptiv gewählten Folge von Punkten (x_R, y) aus und bildet daraus eine Approximation von $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \xi_{(u)}^R)$ mittels unterstützender Schnittebenen. Wenn zwei Knoten u und k zur Zeit R die Bedingung (4) erfüllen, so stimmen die Funktionen $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \xi_{(u)}^R)$ und $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \xi_{(k)}^R)$ überein und können somit simultan approximiert werden. Genauer kann also jede $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \xi_{(u)}^R)$ approximierende Schnittebene ebenfalls zur Approximation von $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \xi_{(k)}^R)$ verwendet werden und vice versa.

Wir führen eine Abbildung λ ein, die jedem Knoten $\xi_{(u)}^R$ zur Zeit R einen (beliebigen) repräsentativen Knoten $\xi_{(v)}^R$ mit dem gleichen Teilbaum zuordnet:

$$\lambda : \Xi^R \rightarrow \Xi^R, \text{ so dass } \lambda(\xi_{(u)}^R) = \lambda(\xi_{(k)}^R) = \xi_{(v)}^R \text{ wenn } u, k, v \text{ (4) erfüllen.}$$

Ersetzt man die (unbekannten) Funktionen $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \xi_{(u)}^R)$ durch (unterschätzende) Approximationen aus Optimalitätsschnitten $C_{\text{opt}}(\lambda(\xi_{(u)}^R))$ und Zulässigkeitschnitten $C_{\text{feas}}(\lambda(\xi_{(u)}^R))$, so erhält man folgendes *Masterproblem* [1, 8, 9]:

$$\begin{aligned} \min \mathbb{E} \left[\langle c, y \rangle + \sum_{t=1}^R \langle b_t(\xi_t), x_t \rangle + w_R \right] & \quad (\mathcal{Q}_0^L) \\ \text{s.d. } y \in Y, \quad x_t \in X_t, \quad x_t \in \sigma(\xi^t), & \quad t = 1, \dots, R, \\ A_{t,0}x_t + A_{t,1}x_{t-1} + A_{t,2}y = h_t(\xi_t), & \quad t = 2, \dots, R, \\ \langle d, (x_R, y) \rangle + e \leq 0, & \quad (d, e) \in C_{\text{feas}}(\lambda(\xi^R)), \\ \mathcal{Q}_R(\bar{x}, \bar{y}, \lambda(\xi^R)) + \langle \bar{\pi}, (x_R, y) - (\bar{x}, \bar{y}) \rangle \leq w_R, & \quad (\bar{x}, \bar{y}, \bar{\pi}) \in C_{\text{opt}}(\lambda(\xi^R)). \end{aligned}$$

Der Lösungsalgorithmus, dargestellt in Bild 2, passt durch Einfügen zusätzlicher Schnittebenen in C_{opt} und C_{feas} das Masterproblem (\mathcal{Q}_0^L) adaptiv an das Originalproblem (\mathcal{Q}_0) an. Durch das simultane Aufdatieren der Schnittebenen kann bereits eine deutliche Beschleunigung des klassischen Benders Algorithmus erreicht werden.

Aufgrund des exponentiellen Anstiegens der Knotenanzahl n_R muss jedoch bei längeren Zeithorizonten innerhalb der Benders Dekomposition eine große Zahl verschiedener Teilprobleme $\mathcal{Q}_R(\bar{x}_R(\xi_{(u)}^R), \bar{y}, \xi_{(u)}^R)$, $u = 1, \dots, n_R$ gelöst werden. Eigenschaft (4) führt nun dazu, dass nur noch wenige *verschiedene* Teilprobleme $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \lambda(\xi_{(u)}^R))$ jeweils in einer großen Anzahl verschiedener Punkte $(\bar{x}_R(\xi_{(u)}^R), \bar{y})$ betrachtet werden. Wegen (Lipschitz-) Stetigkeit von \mathcal{Q}_R in

x_R und y kann man sich auf die Berechnung von $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \lambda(\xi_{(u)}^R))$ in einer reduzierten Auswahl von Punkten beschränken. Diese Selektion wird in Schritt 4 des in Bild 2 abgebildeten Lösungsalgorithmus durchgeführt; die Genauigkeit wird durch den Parameter ρ gesteuert und im Verlauf der Optimierung sukzessive erhöht.

Die Teilprobleme von Knoten $\xi_{(u)}^R$ und $\xi_{(k)}^R$ mit gleichem Teilbaum werden somit während einer Iteration des Algorithmus identifiziert, wenn sich die zeitkoppelnden Variablen $\bar{x}_R(\xi_{(u)}^R)$ und $\bar{x}^R(\xi_{(k)}^R)$ in diesem Iterationsschritt um weniger als ρ unterscheiden. Dieses Vorgehen kann als *dynamisches Rekombinieren von Szenarien* interpretiert werden.

1. Setze $C_{\text{feas}}(\cdot) := \emptyset$, $C_{\text{opt}}(\cdot) := \emptyset$, $\rho := \rho_{\text{start}}$.
2. Löse Problem (\mathcal{Q}_0^L) . (Falls $C_{\text{opt}}(\cdot) = \emptyset$, so füge die Bedingung $w^R \geq L$ zu (\mathcal{Q}_0^L) hinzu, wobei L eine untere Schranke an $\mathcal{Q}_R(\cdot, \cdot, \cdot)$ darstellt.)
3. Falls (\mathcal{Q}_0^L) unzulässig ist, so stoppe: (\mathcal{Q}_0) ist unzulässig.
Andernfalls sei $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{w})$ eine Lösung von (\mathcal{Q}_0^L) .
4. Für alle $\xi_{(u)}^R$, $u = 1, \dots, n_R$: Falls *kein* (x_R, y) mit $\|(x_R, y) - (\bar{x}_R(\xi_{(u)}^R), \bar{y})\| \leq \rho$ existiert, in dem $\mathcal{Q}_R(x_R, y, \lambda(\xi_{(u)}^R))$ bereits bestimmt wurde:
 - (a) Bestimme $\mathcal{Q}_R(\bar{x}_R(\xi_{(u)}^R), \bar{y}, \lambda(\xi_{(u)}^R))$ durch Lösung von (\mathcal{Q}_R) .
 - (b) Falls (\mathcal{Q}_R) unzulässig ist, so konstruiere einen Zulässigkeitschnitt und füge diesen zu $C_{\text{feas}}(\lambda(\xi_{(u)}^R))$ hinzu.
 - (c) Falls (\mathcal{Q}_R) zulässig ist und $\mathcal{Q}_R(\bar{x}_R(\xi_{(u)}^R), \bar{y}, \lambda(\xi_{(u)}^R)) > \bar{w}_R(\xi_{(u)}^R)$, so konstruiere einen Optimalitätsschnitt und füge diesen zu $C_{\text{opt}}(\lambda(\xi_{(u)}^R))$ hinzu.
5. Falls Optimalitäts- oder Zulässigkeitschnitte generiert wurden, gehe zurück zu 2.
Sonst: Falls $\rho > \rho_{\text{end}}$, verringere ρ und gehe zurück zu 2.
Sonst: Falls $\rho \leq \rho_{\text{end}}$, stoppe. Problem (\mathcal{Q}_0) wurde (ρ_{end}^-) optimal gelöst.

Bild 2: Lösung von (\mathcal{Q}_0) mittels einer modifizierten Benders Dekomposition.

Der Algorithmus stoppt wenn das Masterproblem (\mathcal{Q}_0^L) unzulässig oder die Generierung von Schnittebenen mit dem minimalen $\rho = \rho_{\text{end}}$ beendet ist. Im ersten Fall bedeutet dies die Unzulässigkeit des Originalproblems (\mathcal{Q}_0) , während im zweiten Fall eine (ρ_{end}^-) optimale Lösung von (\mathcal{Q}_0) bestimmt wurde. Andere Stoppkriterien, welche es erlauben den Algorithmus mit $\rho > \rho_{\text{end}}$ zu beenden sobald der Approximationsfehler unter eine vorgegebene Toleranz fällt, werden in [7] diskutiert.

Bei mehrmaligem Rekombinieren im Sinne von (4) reduziert dieses Vorgehen in drastischer Weise die Rechenzeiten der klassischen Benders Dekomposition und ermöglicht das Lösen von Problemen mit vielen Zeitstufen und detaillierter Abbildung der Stochastik [7].

3.4 Generierung rekombinierender Szenariobäume

Um einen Szenariobaum mit gleichen Teilbäumen, d.h. Eigenschaft (4) zu verschiedenen Zeitstufen R_j , $j = 1, \dots, n$, zu erstellen, lassen sich leicht bestehende Methoden und Algorithmen zur Generierung von Szenariobäumen modifizieren. In [7] wurde dazu der *forward tree construction Algorithmus* aus [5] adaptiert. Dabei werden für jedes Zeitintervall $[R_j + 1, R_{j+1}]$ mehrere klassische (nicht rekombinierende) Szenariobäume durch sukzessives Clustern von simulierten oder historischen Trajektorien generiert, und jeweils mehreren Knoten zum Zeitpunkt R_{j+1} der gleiche Teilbaum für das folgende Zeitintervall $[R_{j+1} + 1, R_{j+2}]$ zugeordnet. Hierbei erhalten Knoten zur Zeit R_{j+1} den gleichen Teilbaum, wenn die vom Prozess ξ in diesen Knoten realisierten Werte für eine gewisse Zeit vor R_{j+1} ein hohes Maß an Übereinstimmung aufweisen.

Die die Größe und Struktur des Szenariobaums bestimmenden Parameter können dabei durch den Anwender festgelegt oder wie in [5] innerhalb des Algorithmus so bestimmt werden, dass die Approximation der zu Grunde liegenden Daten durch den Szenariobaum gewissen Fehlerschranken genügt.

4 Fallstudie und numerische Ergebnisse

Als Anwendung für das entwickelte Modell betrachten wir eine fiktive Region in Norddeutschland mit einer Gesamtnachfrage von rund 13 TWh jährlich. Zur Deckung von Grund- und Mittellast wird ein Steinkohlekraftwerk mit einer Leistung von 800 MW eingesetzt, Spitzenlasten werden durch schnelle Gasturbinen mit einer Leistung von jeweils 240 MW erzeugt. Ergänzt wird der Kraftwerkspark zum Einen durch einen (fiktiven) Offshore-Windpark mit einer durchschnittlichen Verfügbarkeit von 80%, zum Anderen durch eine feste Menge an installierter Onshore-Windleistung, deren Erzeugung die gleichen Charakteristika (Volllaststunden, Standardabweichungen, Autokorrelationen) aufweist wie die in Deutschland 2005 erzeugte Windenergie. Die zu den einzelnen Zeitpunkten eingespeiste Offshore-Windenergie wird aus Windzeitreihen [2], deren Verlauf örtlich fortschreitet, und den Leistungskennlinien von Windenergieanlagen der 5 MW-Klasse ermittelt. Weitere Strombezugsquelle ist die EEX, deren Spotpreise in stündlicher Auflösung in das Modell einfließen. Der Strombezug ist dabei auf 800 MW begrenzt. Als Speichersysteme werden ein Pumpspeicherkraftwerk (PSW) mit den Eckdaten des PSW Geesthacht und ein Druckluftkraftwerk ("CAES - Compressed Air Energy Storage") mit den Betriebsparametern des CAES Huntorf bzw. McIntosh, Alabama, USA eingesetzt. Weiterhin besteht im Modell auch die Möglichkeit, Strom zu EEX-Preisen zu exportieren. Hierbei ist die Menge ebenfalls auf 800 MW beschränkt und es werden Leitungsverluste von 1% berücksichtigt.

Der zeitliche Horizont des Ausbaumodells umfaßt die Jahre 2010–2025, wobei für die Optimierung jedes fünfte Jahr als Stützjahr gesetzt und jedes Stützjahr wiederum über vier

typische Monate abgebildet wird. Als Ausbauoptionen stehen Gasturbinenkraftwerke mit drei verschiedenen Leistungen zur Verfügung sowie die beiden Speichertypen CAES und PSW. Die Investitionen in Speicher werden dabei unterteilt in Kapazität (Kavernen- bzw. Beckengröße) und Leistung der ein- und ausspeichernden Aggregate. Im Startjahr sind alle Kraftwerke wie oben beschrieben vorhanden (ein Steinkohlekraftwerk, zwei Gasturbinen, Windenergie), Speicher dagegen nicht. Die erwarteten zukünftigen Entwicklungen der Primärenergiekosten, der EEX-Preise sowie der Nachfrage werden mittels Steigerungsraten gemäß [6] berücksichtigt. Die Entwicklung der Windenergie verläuft derart, dass im Startjahr ausschließlich Onshore-Windenergie mit 17%, im Jahr 2015 On- und Offshore mit zusammen ca. 28% und im Jahr 2020 mit zusammen ca. 38% zur Stromerzeugung beitragen. Beide Windenergie-Aggregate (Off- und Onshore) gehen in die Simulation zur Erstellung einer ausreichenden Anzahl an Szenarien ein, ebenso wie der damit korrelierte EEX-Preisverlauf (vgl. [4]). Aus den simulierten Szenarien wurde mittels des in Abschnitt 3.4 skizzierten Algorithmus für jeden Typmonat jedes Stützjahres ein rekombinierender Szenariobaum erzeugt. Diese Bäume verzweigen binär dreimal täglich und nach jedem Tag setzen zwei verschiedene Teilbäume an.

Bild 3 zeigt anhand eines Szenarios der stochastischen Lösung exemplarisch den optimalen Einsatz der Anlagen für eine Woche im März 2020. Es ist zu erkennen, dass der Speicher in Zeiten von Spitzenlasten und hohen Preisen zur Stromerzeugung eingesetzt wird. Die Fläche über der schwarzen Nachfragekurve kennzeichnet die Überschussproduktion, die hier der Einspeichermenge entspricht. Exporte treten nur in sehr geringem Maße und im abgebildeten Szenario gar nicht auf.

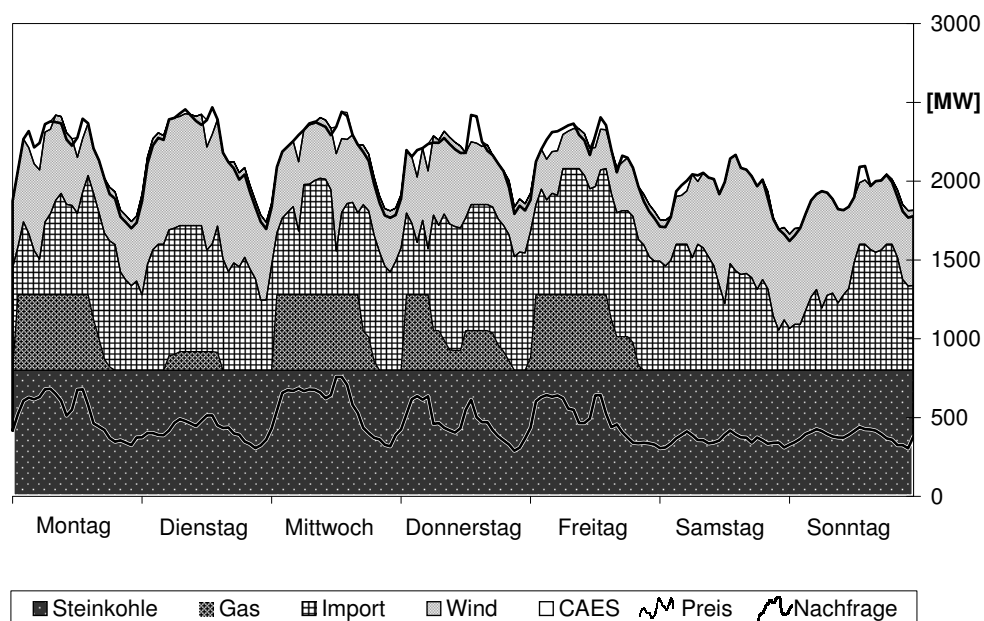


Bild 3: Anlagenbetrieb und zugehöriges Preisszenario während einer Woche im März 2020

Die Entwicklung des Erzeugungsmix von 2010 bis 2020 ist in Bild 4 dargestellt. Hier sieht man deutlich die Zunahme des Windangebots über den Zeitverlauf und den dadurch bedingten Rückgang der Stromimporte. Auch die Produktion des Steinkohlekraftwerks geht dadurch leicht zurück. Der Anteil des Speichers an der Gesamtproduktion beträgt weniger als 1%, der Speichereinsatz erhöht sich jedoch von 2010 bis 2020 auf mehr als das Doppelte.

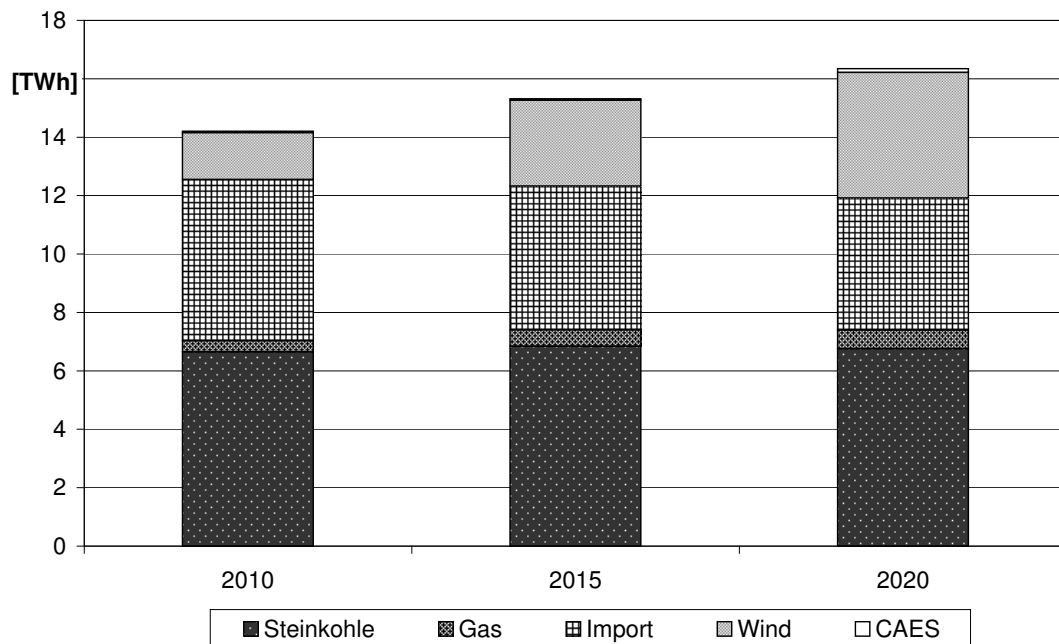


Bild 4: Stromerzeugungsmix für die Stützjahre 2010, 2015 und 2020.

Da die Volatilität der Strompreise einen entscheidenden Faktor für den Einsatz und die Wirtschaftlichkeit von Speichertechnologien darstellt, und somit auch die Investitionen in Speichertechnologien maßgeblich beeinflusst, wurde der Zusammenhang zwischen der zugebauten Speichergröße und der Volatilität der Preise untersucht. Dazu wurden die Schwankung der Preise um den Jahresmittelwert um Faktoren zwischen 0.6 bis 1.4 gegenüber den ursprünglichen Simulationen variiert und jeweils der optimale Zubau und Betrieb berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 5 dargestellt. Es wird deutlich, dass ein Anstieg der Volatilität Investitionen in größere Speicher wirtschaftlich attraktiver macht.

Generell lässt sich sagen, dass in dem betrachteten Modell durch Ausbau und Betrieb von Speichern eine Verringerung der Gesamtkosten von etwa 1% erreicht wurde.

Danksagung

Diese Arbeit wurde im Rahmen des BMBF-Projektes 03SF0312E des Förderprogramms *Grundlagenforschung erneuerbare Energien und rationelle Energieanwendungen* gefördert.

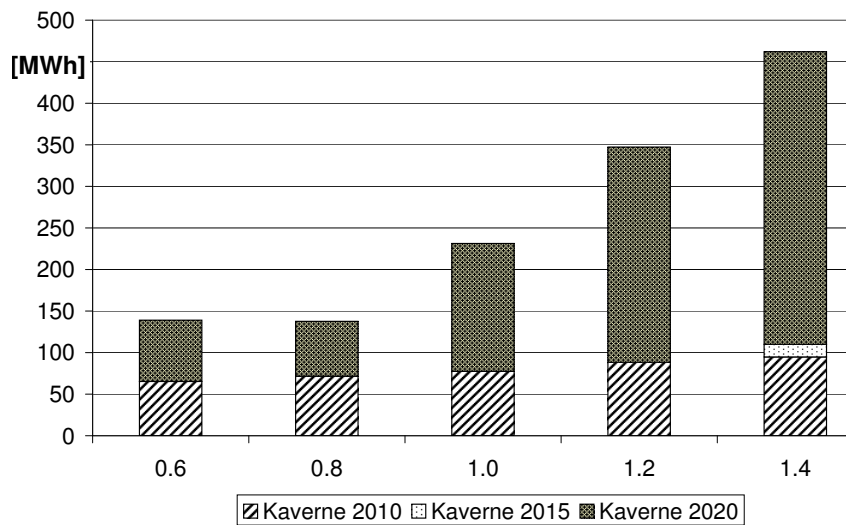


Bild 5: Abhängigkeit des Speicherzubaues von der Volatilität der EEX-Preise

Literatur

- [1] J.R. Birge. Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic programming. *Operations Research*, 33(5):989–1007, 1985.
- [2] Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH). *FINO-Datenbank*. Winddaten der FINO-Forschungsplattform Nordsee 1, 2005. <http://fino.bsh.de/>.
- [3] J. Dupačová, G. Consigli und S.W. Wallace. Scenarios for multistage stochastic programming. *Annals of Operations Research*, 100:25–53, 2000.
- [4] A. Epe, C. Küchler, W. Römisches, S. Vigerske, H.-J. Wagner, C. Weber und O. Woll. Stochastic Programming with Recombining Scenario Trees – Optimization of Dispersed Energy Supply. eingereicht bei *Optimization in the Energy Industry* (J. Kallrath, P. Pardalos eds.), 2007.
- [5] H. Heitsch und W. Römisches. Scenario tree modelling for multistage stochastic programs. Preprint 296, DFG Research Center Matheon "Mathematics for key technologies", 2005, erscheint in *Mathematical Programming*.
- [6] International Energy Agency. *World Energy Outlook 2006*. Paris 2006. <http://www.worldenergyoutlook.org/2006.asp>.
- [7] C. Küchler und S. Vigerske. Decomposition of multistage stochastic programs with recombining scenario trees. *Stochastic Programming E-Print Series (SPEPS) 9* (2007), eingereicht.
- [8] A. Ruszczyński. *Decomposition Methods*, volume *Stochastic Programming of Handbooks in Operations Research and Management Science*, chapter 3, pages 141–221. Elsevier, 2003.
- [9] R.M. Van Slyke und R. Wets. L-shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic programming. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 17(4):638–663, 1969.
- [10] H.-J. Wagner. *Wind Energy and Present Status in Germany*. In: N. Bansal und J. Mathur (Editors), *Wind Energy Utilization*. Anamaya Publishers, New Delhi, 2002.
- [11] C. Weber. *Uncertainty in the Electric Power Industry: Methods and Models for Decision Support*. New York et al., 2005.
- [12] C. Weber und O. Woll. *Valuation of CHP power plant portfolios using recursive stochastic optimization*. Proc. of the 9th Int. Conf. on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 2006.