

**Aufgabenblatt 14**

Abgabe: 11.02.2019

Axiomensystem der BOOLEschen Algebra

$$ab = ba \quad (1)$$

$$a + b = b + a \quad (2)$$

$$(ab)c = a(bc) \quad (3)$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (4)$$

$$(a + b)c = (ac) + (bc) \quad (5)$$

$$(ab) + c = (a + c)(b + c) \quad (6)$$

$$1a = a \quad (7)$$

$$0 + a = a \quad (8)$$

$$a\bar{a} = 0 \quad (9)$$

$$a + \bar{a} = 1 \quad (10)$$

weitere daraus hergeleitete Regeln

$$aa = a \quad (11)$$

$$a + a = a \quad (12)$$

$$0a = 0 \quad (13)$$

$$1 + a = 1 \quad (14)$$

$$a + ab = a \quad (15)$$

$$a(a + b) = a \quad (16)$$

$$a + \bar{a}b = a + b \quad (17)$$

$$a(\bar{a} + b) = ab \quad (18)$$

DE-MORGANSche Regeln

$$\overline{\bar{a}} = a \quad (19)$$

$$\overline{ab} = \bar{a} + \bar{b} \quad (20)$$

$$\bar{a} + \bar{b} = \overline{ab} \quad (21)$$

**Aufgabe 1.**

Beweise die Regel (15)

- über eine Wahrheitstabelle.
- unter Nutzung der Axiome (nur die Gleichungen (1) bis (10)).

**Aufgabe 2.**

Vereinfache die Ausdrücke soweit wie möglich unter Nutzung geeigneter Regeln:

a)  $\overline{\bar{a} + \bar{a} + \bar{a} + \bar{a}} \left( \overline{a + a + a + a} + \overline{a(a + b)(a + b)} \right)$

b)  $\bar{a} + \bar{a} + b + \bar{a} + \bar{c}$

**Schöne Ferien!**Homepage: <https://www2.math.hu-berlin.de/~schadema/msg/msg.html>